数学令人如此着迷

数学与生活

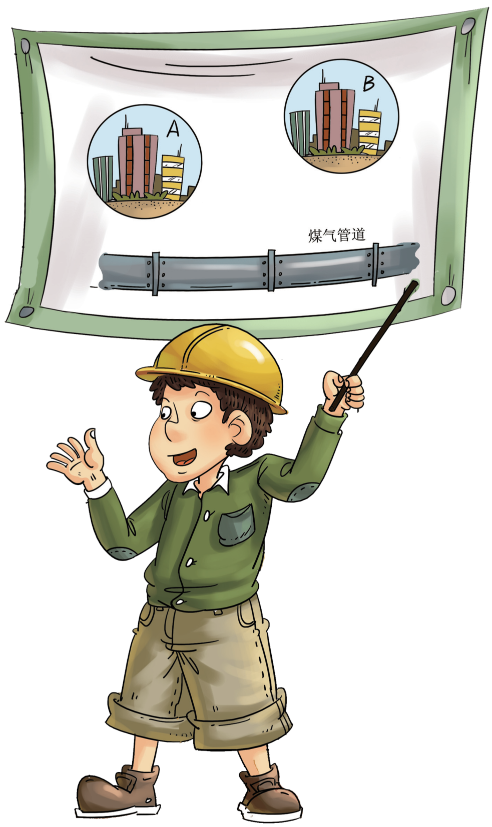
谢清霞 主编　纸上魔方 绘制

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

数学令人如此着迷

数学与生活

谢清霞 主编　纸上魔方 绘制



電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

图书在版编目（CIP）数据

数学与生活 / 谢清霞主编；纸上魔方绘制. —北京：电子工业出版社, 2014.5
（数学令人如此着迷）
ISBN 978-7-121-22116-3

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①谢… ②纸… Ⅲ. ①数学课－中小学－课外读物 Ⅳ. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第294885号

策划编辑：贾　贺　徐云鹏　孙清先
责任编辑：徐云鹏　特约编辑：王　静
印　　刷：北京千鹤印刷有限公司
装　　订：北京千鹤印刷有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路173信箱　邮编　100036
开　　本：720×1000　1/16　印张：8　字数：91千字
印　　次：2014年5月第1次印刷
定　　价：29. 80元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至zlts@phei. com. cn，盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei. com. cn。

服务热线：(010) 88254888。

前　言

数学令人着迷，数学会令人着迷吗？就是那些个：代数、几何、微积分；方程、矩阵和函数……谁不知数学王国冷若冰霜，深似海洋。唉，掰开手指数一数，不爱数学的理由倒是多得像星星，怎能有人迷上它呢？

其实大到天文和地理，小到买菜和吃饭，哪怕在操场上跑个800米接力赛……数字的学问总与我们如影随形。爱好始于兴趣，畏惧就是因为无法驾驭！所以说，想要爱上数学，必须把它玩得滴溜溜转。可是这有什么难的，不就是指挥调度一堆变来变去的阿拉伯数字嘛。

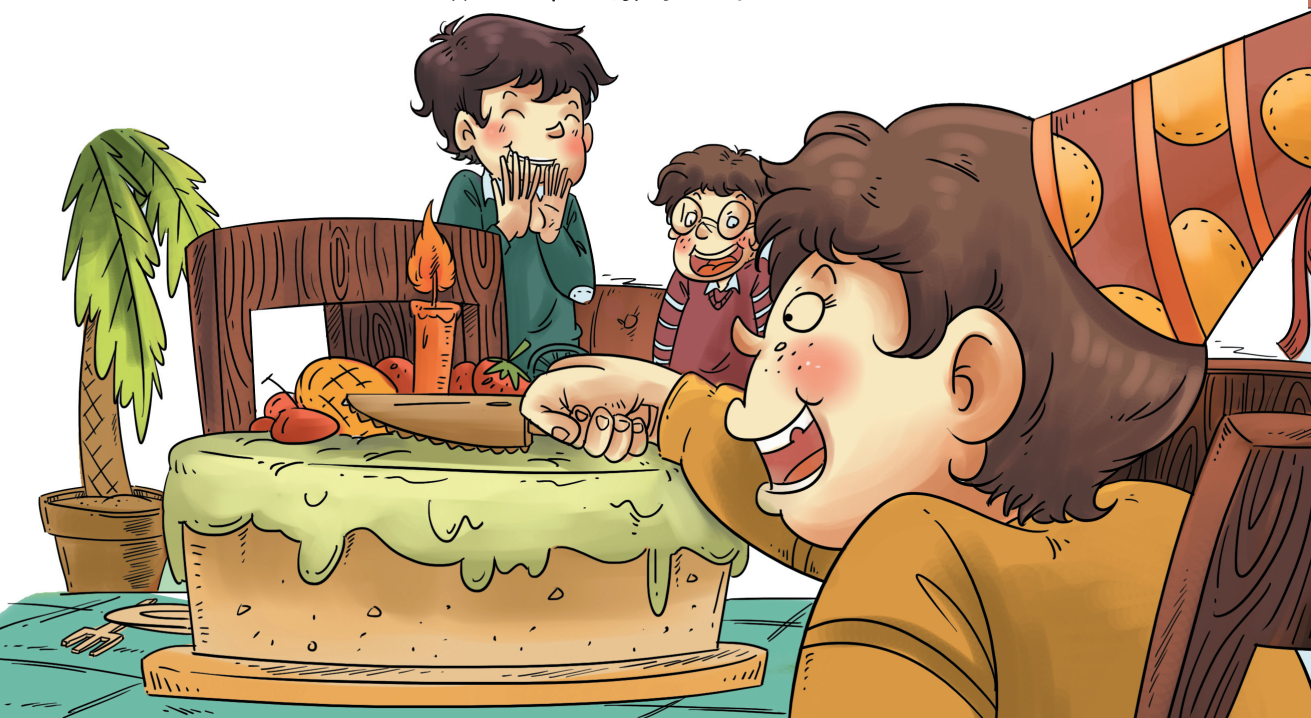
哈哈，《数学令人如此着迷》有一肚子话要对你说，例如：水星一日为何等于人间两年？地球的体积怎么算？分数的奥妙藏在奶油蛋糕里？你不理财财不理你，压岁钱如何才能翻一番？一个国家的人口那么多，如何才能数准确？数字为什么有正负？数学太差劲，就连地图都看错？彗星长着尾巴，它的尾巴到底有多长？鼹鼠挖洞七拐八拐，为什么拐的全是90°的弯？蜜蜂的蜂房一定要修成六边形？没有一万岁的老神仙，如何推知的万年历……这么多闯关按钮，难道你永远都不想按一按、摸一摸？

亲爱的小读者，数学很简单、很好玩、很奇妙！赶快翻开《数学令人如此着迷》系列丛书，我们边玩边学，让每道数学题都成为一场欢快的游戏吧！

丛书编委会

目录

目录



第 1 章

下水道井盖为什么是圆的

马路上随处可见圆形的下水道井盖，你们有没有想过为什么它们都是圆形的呢？为什么不设计成三角形、四边形，或者更多边的形状呢？这是因为下水道井盖在设计的时候要考虑到行人的安全，在转动的时候不会轻易地让井盖掉下去——圆形效果最佳。

要是下水道需要工人进去修理的话，井口的面积就需要设计得尽可能大才行，根据周长相等的图形圆的面积最大这一原理，井盖首选圆形。现在我们就来研究一下周长固定，圆形的面积最大这个原理。

用一根31.4米长的绳子，围出一块地，面积要尽可能的大，围成什么形状面积才最大呢?

首先，我们需要简单地了解一下周长和面积这两个概念。假如我们拿一根绳子围上一个图形，起点和终点之间的距离就是周长。而面积呢，我们可以简单地理解为一个图形所占平面的大小。

为了方便计算，需要先了解几个公式：

圆形的周长 ÷ 3.14=圆形的直径，符号表示为：$C \div \pi=d$；

圆形的直径 ÷ 2=圆形的半径，符号表示为：$d \div 2=r$；

3.14 × 半径 × 半径=圆形的面积, 符号表示为：$\pi \times r \times r=S$；

正方形的周长 ÷ 4=正方形的边长，符号表示为：$C \div 4 = a$；

正方形的边长 × 正方形的边长=正方形的面积，符号表示为：$a \times a = S$；

等边三角形的周长 ÷ 3=三角形的边长，符号表示即$C \div 3 = b$；

等边三角形的边长 ÷ 2 × 1.732 × 三角形的边长 ÷ 2=三角形的面积，符号表示即$b \times h \div 2 = S$。

（备注：S=面积，C=周长，d=直径，r=半径，a=边长，b=边长，π=圆周率）

我们先将圆形的面积和正方形的面积进行比较。

圆形的直径=31.4 ÷ 3.14=10（米），

圆形的面积=3.14 × 5 × 5=78.5（平方米）；

正方形的边长=31.4 ÷ 4=7.85（米），

正方形的面积=7.85 × 7.85=61.6225（平方米）。

通过计算我们可以看出，圆形的面积大于正方形的面积。

接着，我们再来将圆形的面积和三角形的面积进行比较。

圆形的直径=31.4 ÷ 3.14=10（米），

圆形的面积=3.14 × 5 × 5=78.5（平方米）；

等边三角形的边长=31.4 ÷ 3=10.5（米）（此处结果四舍五入，保留一位小数），

等边三角形的面积=10.5 ÷ 2 × 1.732 × 10.5 ÷ 2=47.7（平方米）（此处结果四舍五入，保留一位小数）。

通过计算我们可以看出，圆形面积大于三角形的面积。

注意噢！圆形还有着其他图形所不具备的特点。圆周（就是圆形最外面的曲边）上任何一点到圆心（圆的中心）的距离都相等，也就是说圆形的半径都相等。圆形既是轴对称图形又是中心对称图形！在平面内，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这样的图形就叫做轴对称图形；如果把一个图形绕一个点旋转180° 后，能与自身重合，这个图形就叫做中心对称图形。

由于圆形完美的对称性，使得井盖无论怎样旋转都不会掉进井内，无论从哪个角度放下去都会显得很合适，盖得很严实。

一个小小的井盖都蕴含着这么多关于圆形的数学知识，是不是觉得很奇妙呢？根据以上对下水道井盖为什么是圆的进行的分析，我们就可以解释为什么生活中还有很多这样的例子，如自行车轮子是圆的、瓶盖是圆的、锅也是圆的、水桶大多都是圆的、杯子口多数都是圆的。从今天起，我们就用所学到的关于圆形的数学知识去解释给小伙伴们听吧！

第2章

荒郊草坪上的小路

鲁迅先生说：“世界上本没有路，走的人多了便成了路。”这既是一句富有哲理的话，也是现实生活中一些“小路”现象的真实写照。

你们家或者学校附近有没有空置的草地呢？注意，是空置的草地哦。上面有没有出现笔直的小路？哦，很多人会回答“有”。是的，特别是在那些刚建成的小区楼房前，由于还未修整好花园，因此就会出现大片空置的草地。

不仅城市中有这样的现象，而且在乡村这样的现象也不少，对于在乡村大自然怀抱中成长的小朋友来说，“小路”是再熟悉不过的“自然景观”了。在一般情况下，空置的草地上往往会被人为地踩出小路，特别是在收获粮食的时候。

那么，你们知道为什么这些小路不像公园草坪上铺设的小路那样蜿蜒（wān yán）曲折，而是笔直笔直的吗？

仔细观察小区的人行道设置，你就会发现，为了让小区显得整齐和漂亮，从小区出门的人们都要先经过楼前的一条路，然后再绕到大门口。或者，在小区四周可能有一些公交站、停车场、商城，只是通常需要绕道才能过去。这样的话，居民们就要多走很多路才能到达。因此，很多人就从空置的草地上径直走到目的地。

相对于走折线或者曲线的路，走从出发点到目的地之间的笔直的路所用时间最短。这呀，就是数学中“两点之间线段最短”的原理。下面我们一起来验证一下这个原理吧。

你们可以准备一张白纸，一支笔，三段稍微长点的细绳子，一把剪刀和一把直尺。

第一步：先在纸的一端标出一个点A，再在纸的另一端标出一个点B。

第二步：在纸上画三条不同的线连接AB两点。第一条是曲线，第二条是折线，第三条是用直尺画的从A点到B点的线段。

第三步：用准备好的三条绳子分别覆盖在三条线上，从A点覆盖到B点（注意，绳子要与画的线完全重合才更精确），然后剪掉多余的部分。

第四步：比较这三根绳子，你会发现，覆盖在线段上的绳子是最短的。

通过绳子长短的比较，就可以轻松地理解“两点之间线段最短”的原理了。善于思考的小朋友这时候会问了：那“两点之间线段最短”的原理只能

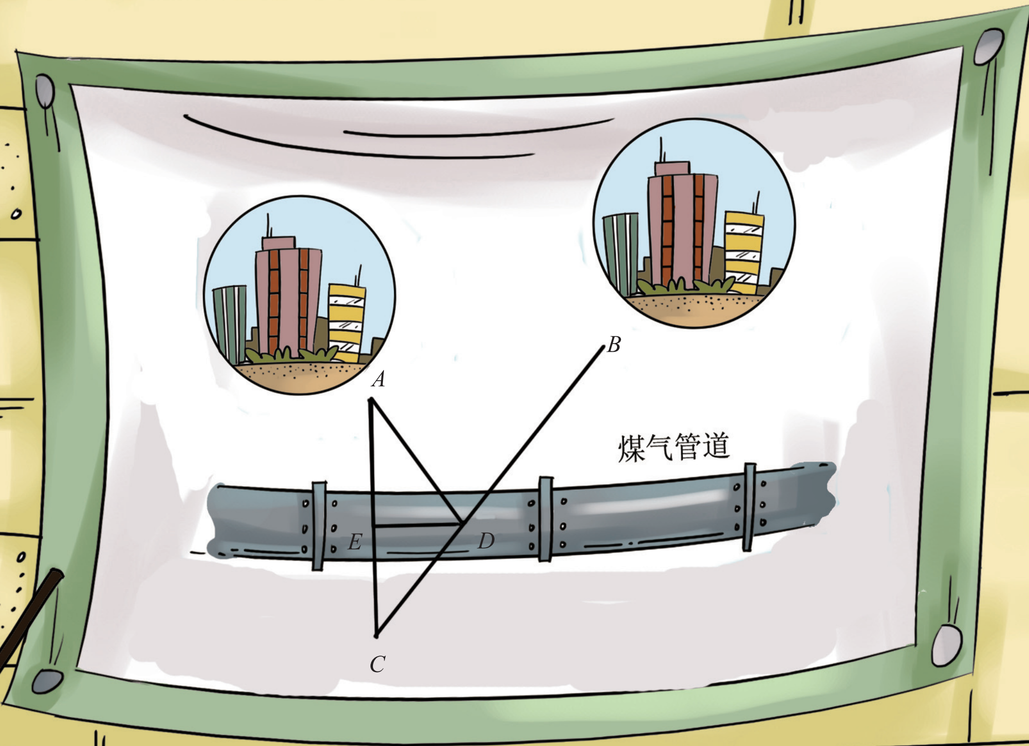

A
B

应用在草地中的小路上吗？

问得好，其实这一原理的应用是相当广泛的，尤其是在工程设计的时候常常应用到。

比如，你所在的城市或村镇新建了两片住宅区：A区和B区（如图）。现在要从煤气主管道的一个地方建立一个接口，同时向这两个小区供煤气。工程师怎么设计接口位置才能使得所用管道最短呢？（因为管道短，就会节省材料。）

这就涉及了怎样找线段之和最短的问题，这个问题其实很简单。只要工程师从A区向主管道做一条垂线段，即A区到主管道的最短距离。然后，在主



管道的对面延长做一条一样长的垂线段，这样的做法是做轴对称图形（我们在上一节已经解释过了）。把与A对称的那个点设为C，AC与主管道的交点设为E，然后连接BC。把BC与主管道相交的那个点设为D，D点就是工程师要找的那个点。

如果用数学公式解释就是：

因为在三角形AED和三角形CED中：$AE=CE$，$\angle AED=\angle CED=90°$，$ED$是公共边，所以三角形$AED$和三角形$CED$全等，可推出$AD=CD$（初中一年级全等三角形的证明知识）。

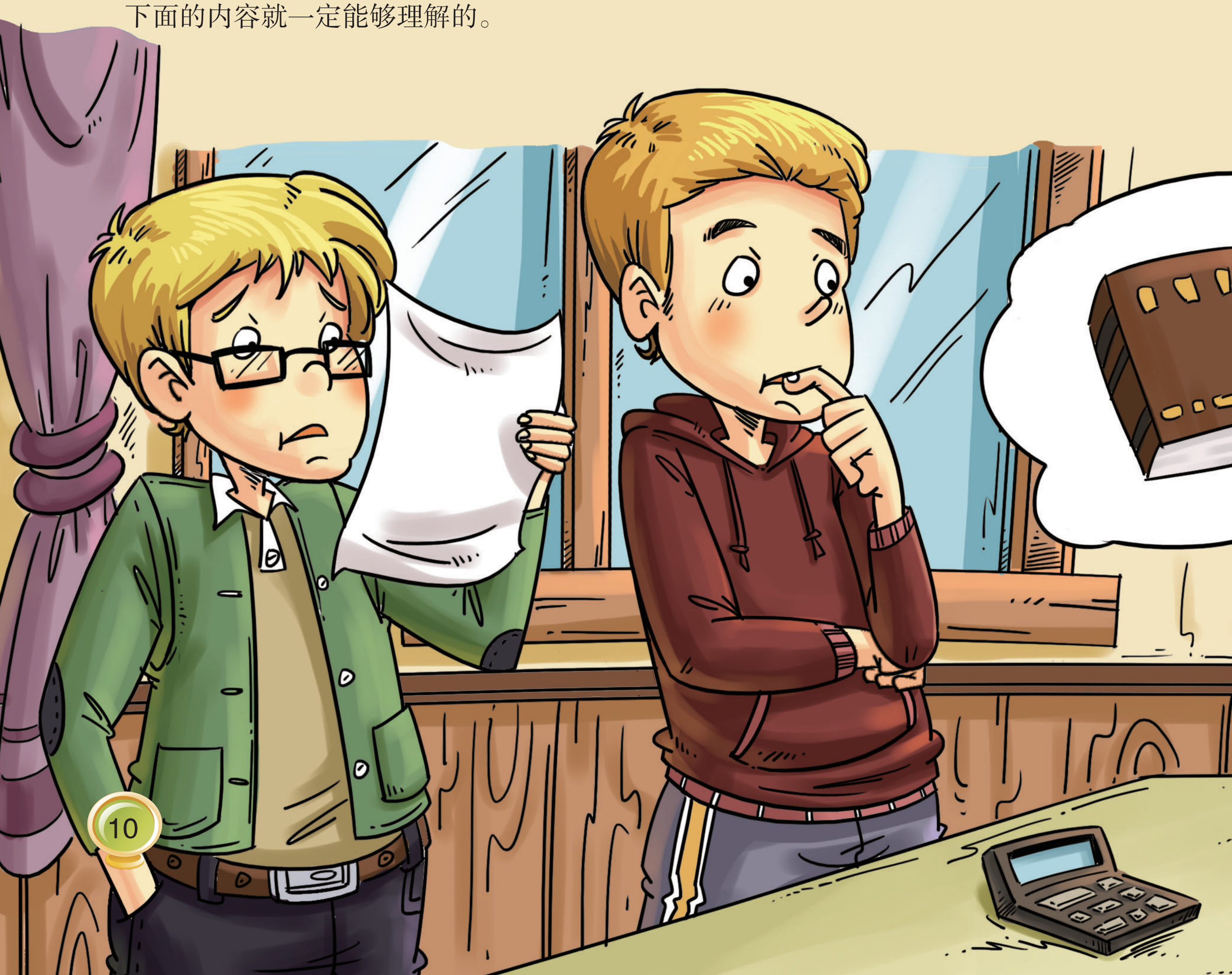
由于CB是线段，是C和B之间最短的距离，而$CB=CD+DB=AD+DB$，因此D点即是最佳的接口。

在建筑和装修设计方面，也有很多应用“两点之间线段最短”原理的例子，聪明的你快去验证吧！

第3章

一张纸的厚度

你们一定都会测量物体的长度，那么有没有想过如何测量一张纸的厚度呢？“天哪，一张纸那么薄，怎么可能测得出来呢？”有的小朋友已经觉得这是在难为人了。可是，只要你学习过了除法和小数，就能做到。可能有的小朋友看到这本书的时候还没有学习过小数，不过没关系，你只要认真阅读下面的内容就一定能够理解的。



测量一张纸的厚度，实际上就是除法的应用。除法是数学计算中的一个算法。除法可以这样理解：已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算。通常是应用在这几个方面：

1．把一个数平均分成若干份，求其中的一份；

2．求一个数里有几个另一个数；

3．已知一个数的几分之几或百分之几是多少，求这个数。

求一张纸的厚度，我们就可以利用除法应用第一条：先把很多张纸整齐地放到一起，再测量这些纸的整体厚度，然后除以张数也就是份数，最后得到一张纸的厚度。在做这个计算的时候，我们需要的就不仅仅是一张纸，一把尺子那么简单了。

首先，我们要准备一本书，一把刻度尺，一个计算器。

然后，我们把准备好的书籍放到桌子边上，放平整，压实。

接着，拿出尺子，对准桌子边上书的侧面，让底部对准0刻度。

最后，读数并做记录。

现在我们来实际操作一遍，按照以上四个步骤测量一本228页的书皮和内页是一样纸张的数学书，得到的结果是1.15厘米。（备注：如果书皮前后的纸张与内页比较起来偏厚，我们可以只测量除去2张书皮的那部分厚度。）

接下来我们就要用到计算器了（有兴趣的小朋友可以自己手算一遍）。用1.15除以114（因为一张纸前后是两个页码，所有页数除以2就得到纸张的页数），得到0.0100877192982456……，我们把这个数字四舍五入就约等于0.010088厘米。

由于这个数字很小，我们再换算一下单位：

0.010088厘米=0.10088毫米。

这就是这本数学书中一张纸的厚度。怎么样，一张纸的厚度也是可以计算的吧！无论一张纸有多么薄，很多张放在一起就会有方便测量的厚度了。除法计算只是数学中的一个特别简单的算法，但是应用起来真是很不错呀！

除法不仅可以用来测量一张纸的厚度，还可以解决平均分配的问题。比如，学校组织某年级学生进行读书活动。一共有1200本书，那个年级有12个班级。用1200除以12得到100，这样就可以求出平均每个班级分配多少本书了。

在飞速发展的科技时代，除法的应用还体现在科技生活的方方面面，比如，我们可以用除法来计算一个城市未来多少小时可能下雨。我们可以应用科学技术测量出一大片积雨云的速度和它与另一个城市之间的距离，然后用距离除以速度得到时间。

看了这些之后，你们是不是觉得除法的作用不再仅仅是做算术题那么简单了呢？你们可以按照本节的方法去算算布匹中一块布的厚度，一个练习本

单页纸的厚度，甚至你可以把几片叶子叠起来测测一片叶子的厚度，你可以尽可能地去测量一些比较薄、比较精细的物品的厚度。

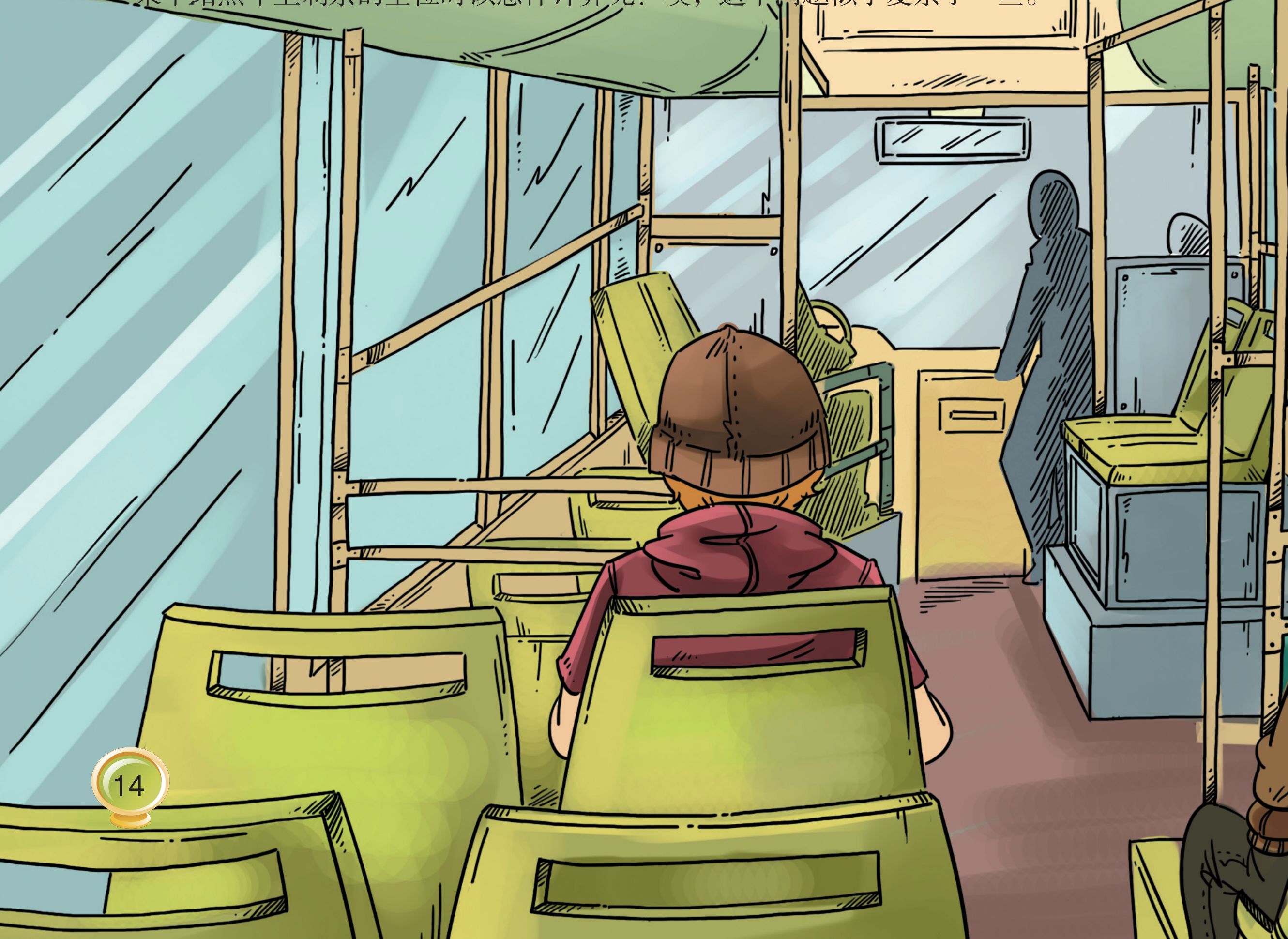
有的时候宏观的世界理解起来很轻松，微观的世界理解起来却感觉很难，其实原理都是一样的，只要我们发散思维，学会知识并能灵活运用，那么就不会有什么能难倒我们的了。

第4章

公交车里的乘客

公交车是常见的交通工具。从起始站点到终点站，每个站点几乎都会有人上车或下车。

你们知道如何计算一辆公交车从起点至终点一共载了多少名乘客吗？有聪明的小朋友就会说：那还不简单。可以把在每个站上车的人数相加，就能得到总数。回答得真棒，但是如果我们要计算公交车在终点下车多少人，以及在某个站点车上剩余的空位时该怎样计算呢？噢，这个问题似乎复杂了一些。



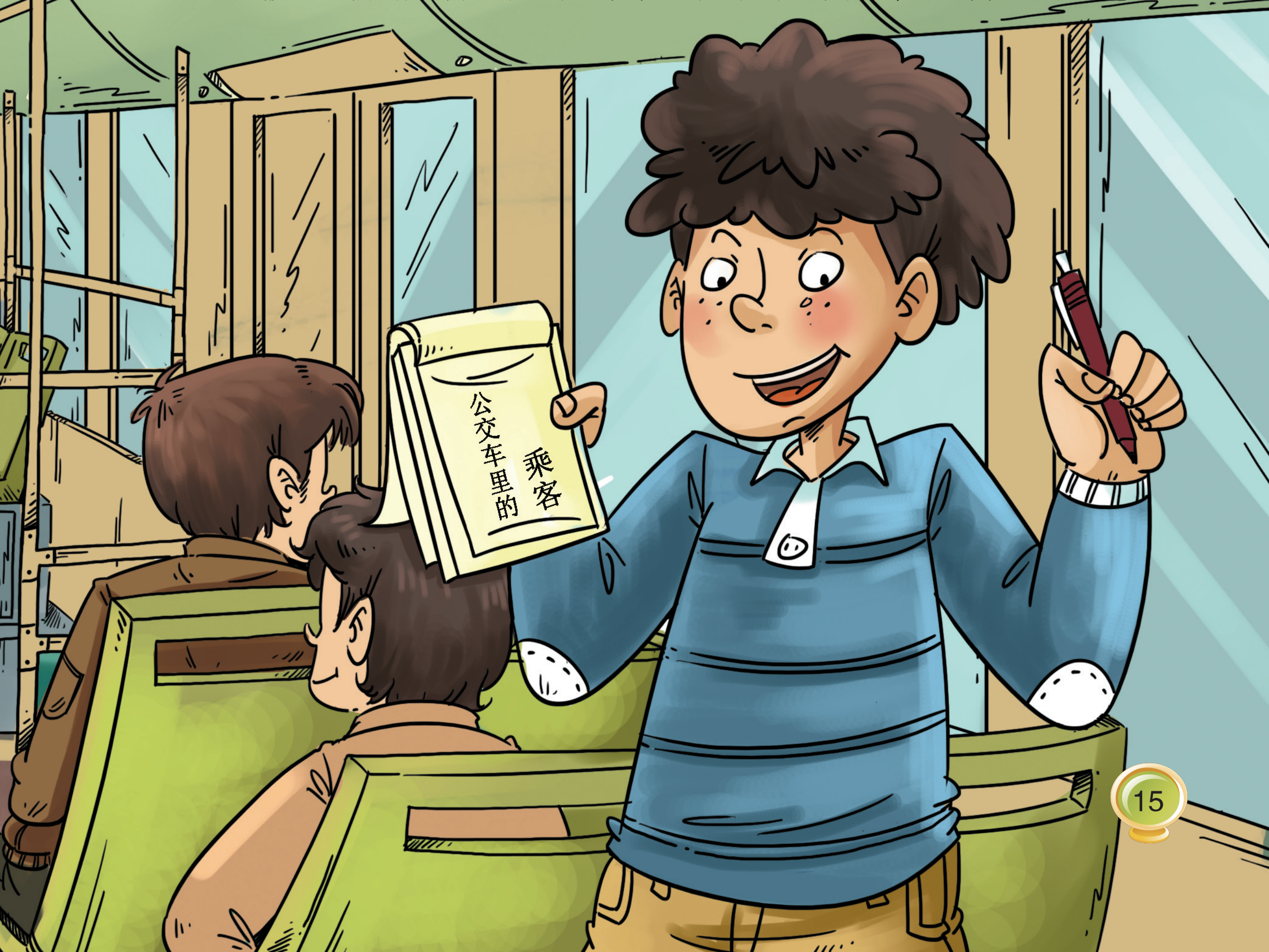
通常交通部门是利用正负数来计算一辆车的总载客量和在终点下车的人数的。为了弄清楚这个算法，我们需要先了解一下正数和负数的概念。

我们都知道0、1、2、3……这些数，它们叫做自然数，一个物体也没有，就用0来表示。正数定义：比0大的数叫做正数，正数前面常有一个符号“+”，通常可以省略不写。负数指小于0的实数，负数前面常有一个符号“–”，如–3。

在数轴上（规定了原点，正方向和单位长度的直线叫数轴），+3和–3到0的距离相等，都是3个单位长度。

正数和负数相加取绝对值比较大的数的符号作为计算结果的符号，再用绝对值比较大的数减去绝对值比较小的数，就可以得出结果。

假设一辆公交车共有30个座位，全程有7个站点，那么我们可以把上车



的人数记作正数，把下车的人数记作负数。再假设在这7个站点分别上车和下车的人数如下：

第一站（+5，−2）；

第二站（+3、−4）；

第三站（+3、−2）；

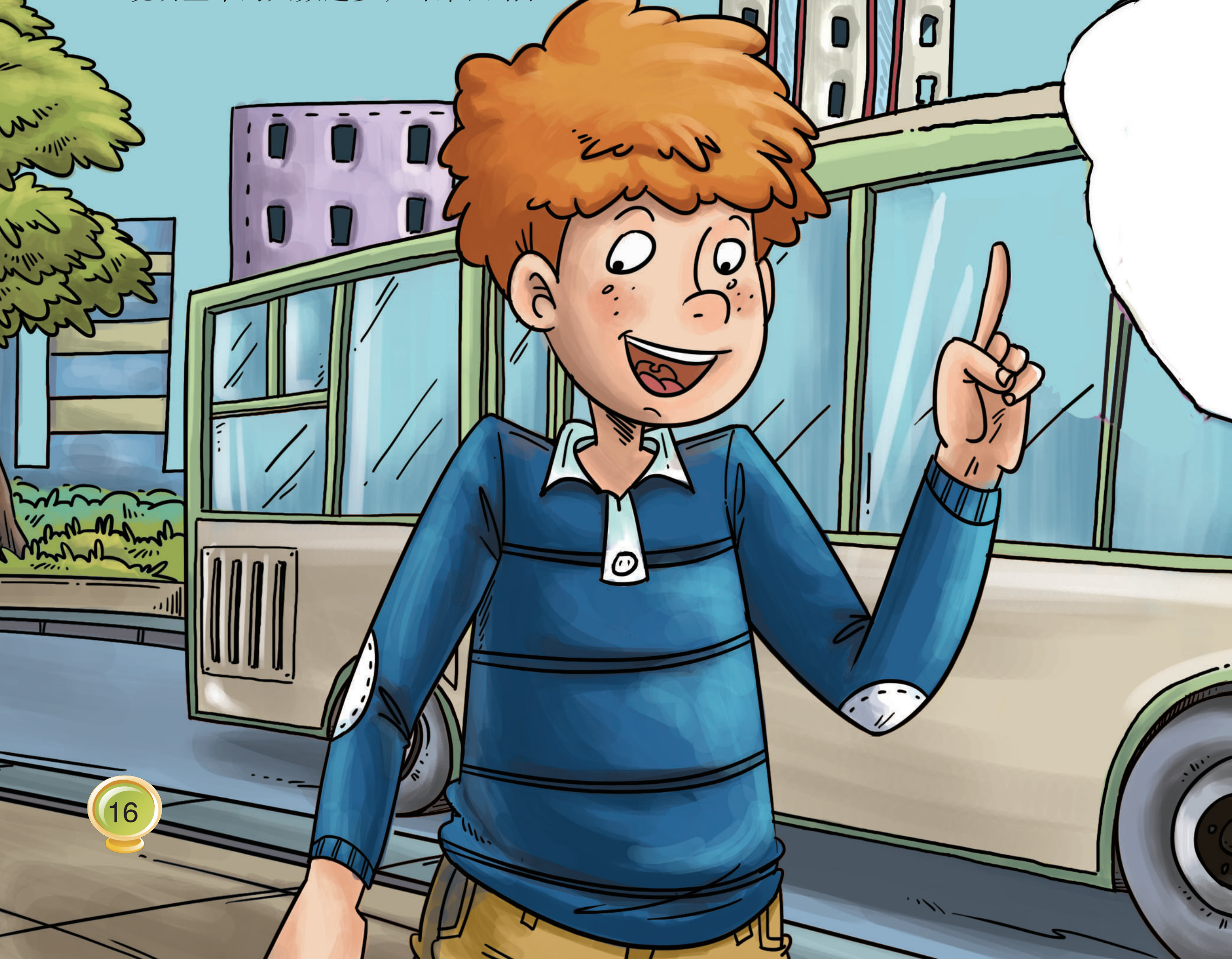
第四站（+6、0）；

第五站（+5、0）；

第六站（+1、−7）；

第七站（+6、−3）。

现在我们来观察这些数据，正数越大的站点说明上车的人数越多，即第四站和



第七站上车的人数较多。用类似的算法，我们知道负数代表下车的人数，第六站下车7人，下车的人数最多。

现在我们来计算有多少人在终点站下车。

我们先计算上车的人数（正数可以省略“+”号）：

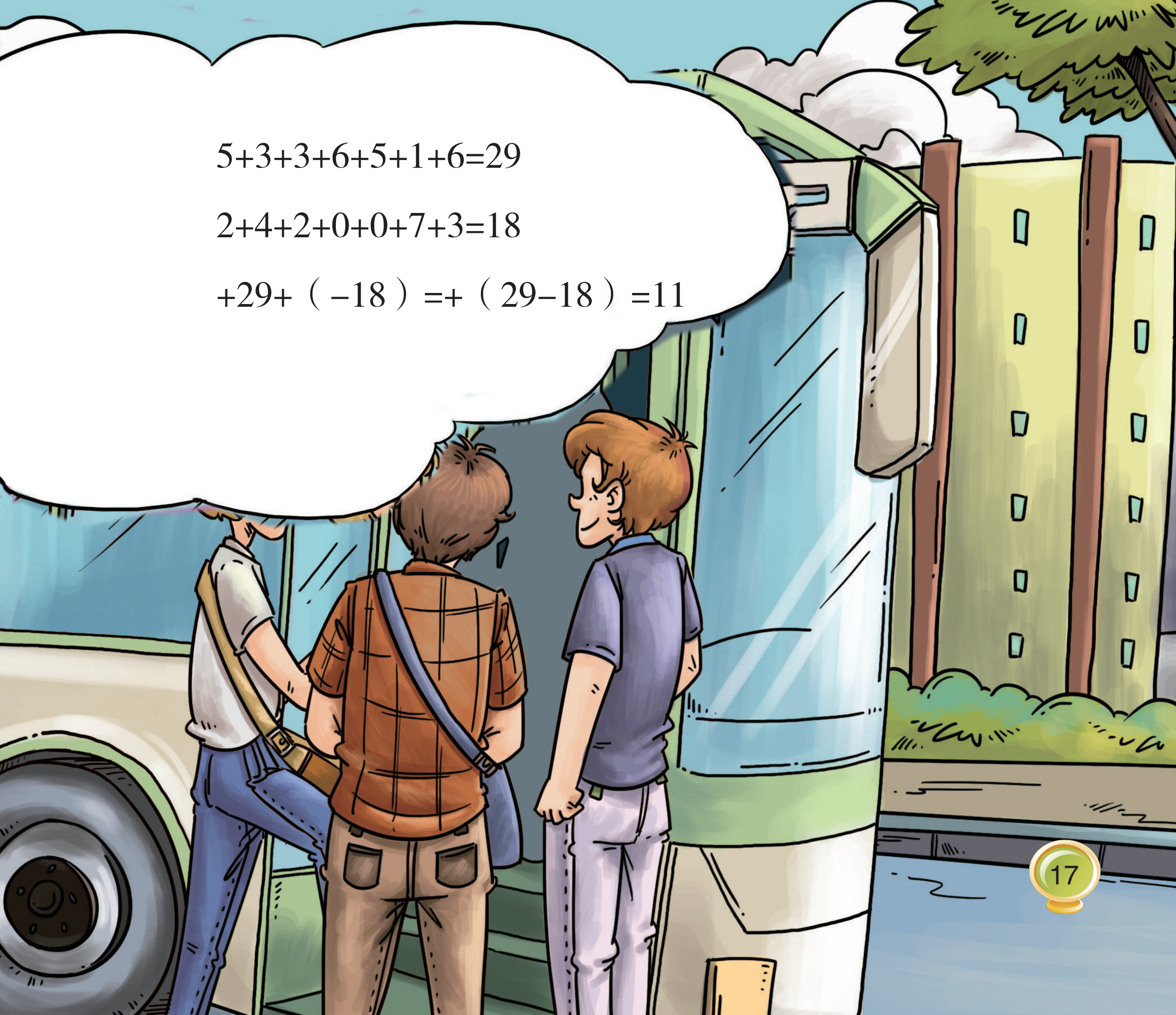
5+3+3+6+5+1+6=29（人），这个数字也是这辆车全程载客的数量。

我们再计算下车的人数（只将负数的绝对值相加即可）：

2+4+2+0+0+7+3=18（人）

我们再用上车的人数与下车的人数相加：

+29+（–18）=+（29–18）=11（人）



原来一共有11人在终点站下车。

你们学会这个算法了吗？以后你们乘坐公交车的时候，就可以简单地应用正负数计算一下，在终点站一共有几人下车。

应用这个原理，你们还能够计算很多生活中的常见现象：最接近的如火车每站都会有上车或下车的乘客，不妨计算一下你所乘坐的火车车厢里的乘客变动数；再如你可以计算一下医院里排队的人数，队伍中走了几个人，又来了几个人，队伍中还剩下几个人？你还可以计算自己一周内背了多少个单词，忘了多少个单词，还剩下多少个单词。

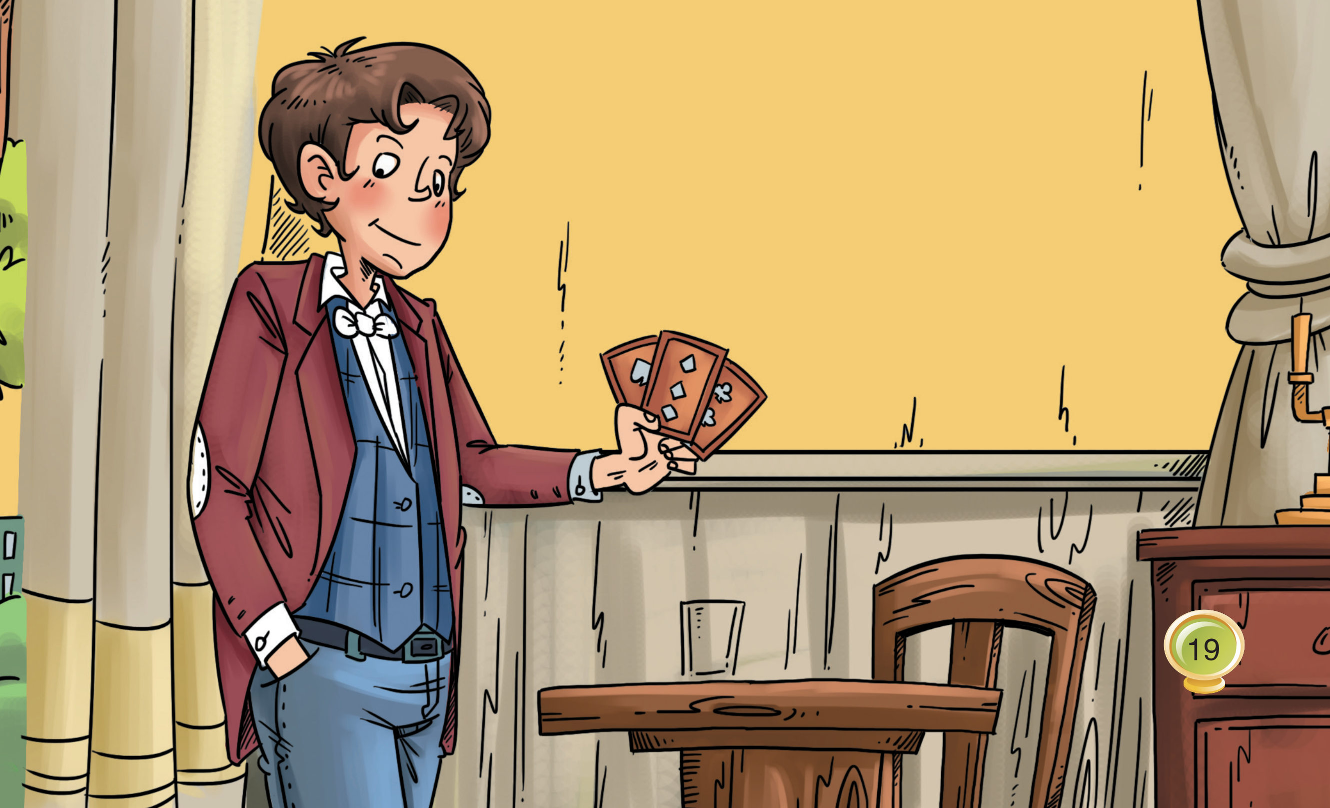
正负数的应用在生活中无处不在，去发掘更多的生活中应用正负数的地方吧。

第5章

扑克牌猜黑红

扑克牌游戏是大家常见的游戏之一，与扑克牌有关的所有玩法中，猜测一张扑克牌的颜色是黑色的还是红色的，是最简单的玩法。可是，你们知道吗，这个最简单的玩法里却蕴含着概率的知识呢！

什么是概率？概率就是一个数，用来表示一个事件发生的可能性的大小，这个数是这个事件的概率。它是随机事件出现的可能性的量度，同时也是概率论最基本的概念之一。人们常说的某人有百分之多少的把握能通过这次考试，某件事发生的可能性是多少，



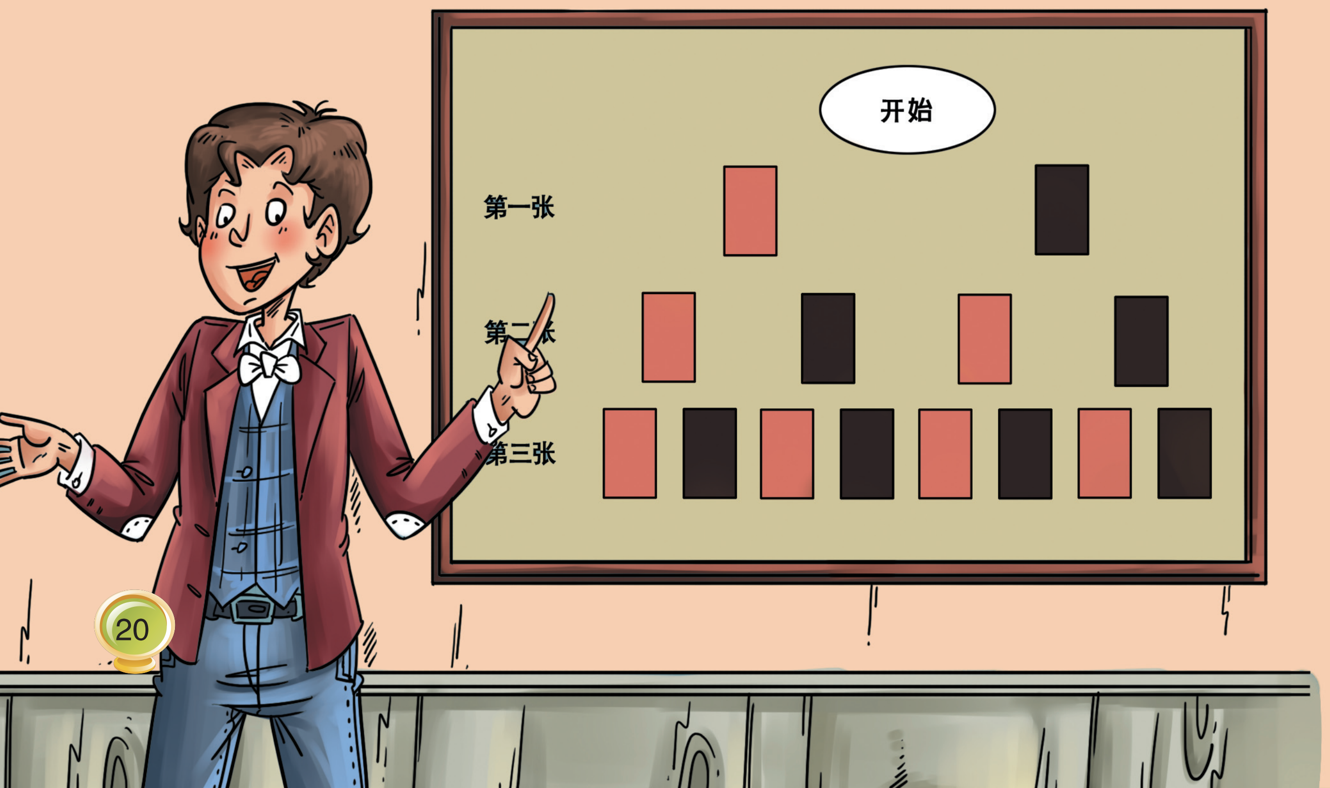
这些都是概率的实例。

拿出一张扑克牌，背面朝上，你来猜纸牌的颜色是红色的还是黑色的。那么你猜对的可能性是多大呢？你们一定会疑惑这怎么可能知道呢？反正不是黑色的，就是红色的呗！其实，我们可以根据数学中的概率知识来解决这个问题。

你们先准备好扑克牌，如果是两个人的话，可以一个人选牌，另一个人猜牌。如果是一个人的话，那也没问题，自己闭上眼睛先抽出牌，然后再自己去猜。

好了，我们来定第一条游戏规则：先选择一张扑克牌来猜。那么你只有两个选择：红色或者黑色，而结果也一定是二者选其一，也就是说对错的概率是一样的。我们把所有可能的结果的和看成是100%，那么两种结果的情况，每个结果发生的可能性都是50%。

接着，我们来定一条复杂一点的游戏规则。我们选择3张牌按顺序摆放，



其中第一张和第三张两张都是红色的。那么，我们都猜对的概率是多大呢？

首先，我们看看所有可能猜测的结果是几种，下面我们就来绘制这个概率问题。

我们可能猜测的结果一定在以下8组当中：

（1）红、红、红；（2）红、红、黑；

（3）红，黑，红；（4）红，黑，黑；

（5）黑、红、红；（6）黑、红、黑；

（7）黑、黑、红；（8）黑、黑、黑。

根据结果，我们发现在这8组结果中只有第三组“（3）红，黑，红”这种结果是正确的。也就是说我们猜对的概率是$100\% \div 8=12.5\%$。

你们是不是很惊讶，一个简单的扑克牌猜黑红游戏居然可以算出猜对的可能性，而且是精确的数字。是的，就是很精确的数字。其实猜硬币也同扑克牌猜黑红一样，只有正面和背面两种结果，在某些游戏中，用抛硬币的方法来决定谁先谁后具有公平性。

比如，两个小朋友要玩一个玩具，但是玩具只有一个，谁先玩好呢？这个时候就要用一个公平的方法决定谁先玩，那就用抛硬币的方法吧。

概率问题在生活中的方方面面都会被应用到。比如，商场搞促销抽奖活动，会告诉大家中奖的概率是多少，也就是每100张奖券中有多少张是有奖品的；还有根据概率方法进行选择的，比如，我们知道某条街是卖文具用品的，那么如果我们需要一只漂亮的签字笔，就该去那条街买，因为在那条街的商店中文具商店最多；还可以根据抛硬币或者猜一张纸牌的黑红，来确定一些需要公平解决的问题，如上面所说的谁先谁后，谁左谁右的问题。

总之，概率在生活中的应用是非常广泛的。

第6章

聪明的小贩

秋天是水果成熟的季节，会有很多小贩批发各种各样新鲜的水果到小区门口叫卖。很多时候他们卖的水果都较大型超市中的便宜一些，会出现1.5元1斤，10元3斤的价格。为了多卖些水果，小贩们通常都是口算多少钱，几乎很少会算错。如果小朋友们跟着家长买过水果，就会发现：他们不仅不会算错，而且算得还特别快呢！

有个小朋友某天和妈妈去小区门口买葡萄。小贩说5元4斤，妈妈要了6斤葡

萄。小朋友嘴里嘀嘀咕咕地正算多少钱呢，小贩立刻说出：“7块5。”那个小朋友惊讶得不得了：小贩怎么算得这样快？

那个小朋友特别好奇地问小贩：“叔叔，你怎么算得这么快？”

小贩说：“你一定是先算1斤多少钱吧？我不是这样算的，而是这样算的：5元4斤，2斤2.5元，再加上4斤的价钱5元，所以6斤葡萄一共是2.5+5=7.5（元）。”

这种算法可真是巧妙啊，他运用了数学四则混合运算中的巧算原理。

后来这个小朋友和表姐一起去吃比萨。他们要了两个比萨，77元一个。表姐嘟囔着：“二七一十四，二七一十四。”在这个时候小朋友脱口而出：“154元。”他们付了账，然

后坐下来吃比萨。表姐纳闷地问：“为什么你算得这样快呢？你比我还低一个年级呢！”他说：“我这招啊，是跟小区门口卖水果的叔叔学的。”

为了给大家再次展示一下巧算的技巧，我们把他们姐弟俩人的算法写下来：

表姐的算法：77+77=154（元）或者77×2=154（元）。

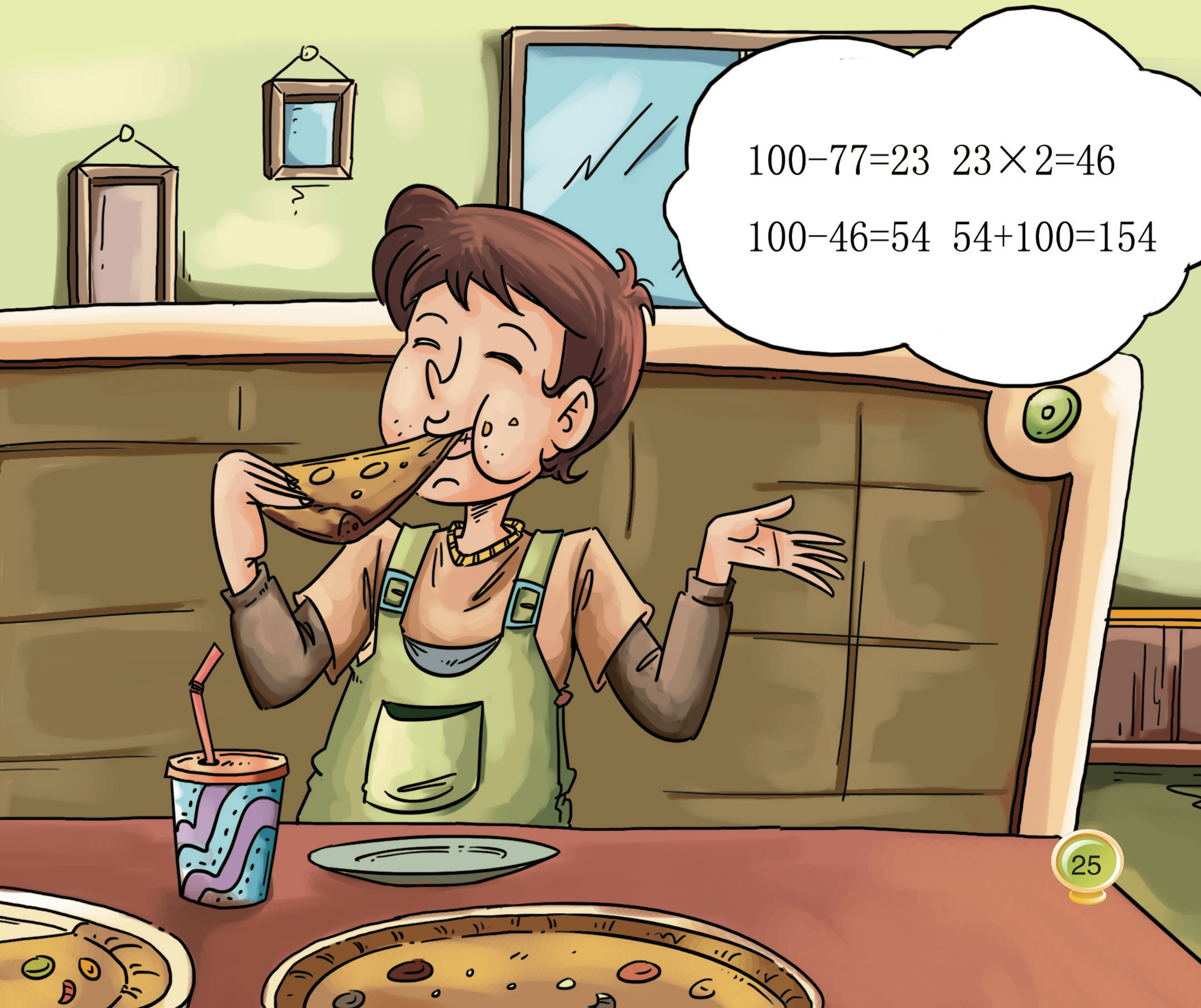
弟弟的算法：100−77=23（元），23×2=46（元），100−46=54（元），54+100=154（元）。

虽然从表面看来弟弟的算式多，但是他避免了进位的计算。这样100以内的加减乘除是可以很快心算出来的。而且这个算法可以这样理解：1个比萨

付100元，多付了23元，2个比萨付200元，就多付了2个23元，所以2个比萨的价钱就是200–46=154（元）。

这个数学方法可以简单地理解为化加法为减法的计算。在日常生活中，算价钱如果一点点相加的话是很慢的。如果我们能分几部分去算，减去整体中不需要的那部分数字，然后再用整数进行加或者减，就能很快算出结果。

通过以上的算法，你们是不是体会到了生活中很多问题都是有巧妙的解决方法的呢？不拘泥于常规的方法，遇到问题多动脑，就能用最快的办法去解决它了。



第7章

用三脚架拍照片

相机是现代人生活的道具，人们喜欢用它记录生活中重要的每一刻。亲切的记忆、细碎的日常、美丽的风景都为人们的生活增添了色彩。

假期中很多小朋友都会四处游玩领略祖国的大好河山，在游玩的时候你会陶醉于祖国的山山水水，流连忘返。于是，爸爸妈妈便会架起相机帮你记录这美好的时刻。这时，小朋友们会不会有这样一个疑问——相机的支架为什么是三只脚，而不是两只或者四只呢？

通过观察你会发现，三脚架的底部三个点连起来构成一个平面，这个平面就是三角形。那三角形有什么特性能使它如此受到人们的喜欢呢？

小朋友们可以做这样一个实验：将三根木条用钉子钉成一个三角形木架，然后扭动它。可以找身边力气最大的小朋友来帮忙，你会发现，我们很难使这个三角形木架扭动，由此我们可以断定三角形是稳定的。

这时，有的小朋友会问了：那我做一个四边形木架、五边形木架会不会也同样稳定呢？为了回答这个问题，我们同样可以把四根木条用钉子钉成一个四边形木架，然后轻轻地扭动它，就会发现它已经变形了，远没有三角形木架那么稳定。

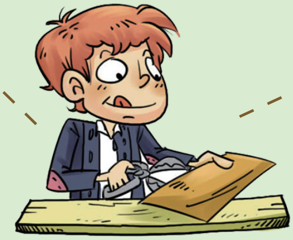
下面请小朋友们思考这样一个问题：既然这个四边形木架这么不稳定，可不可以想办法利用三角形的稳定性把它变稳定呢？试试在四边形木架上再

钉上一根木条，将它的一对顶点连接起来，然后再扭动它，看看有什么变化。这时候四边形被分割成了两个三角形，就能够固定了。这还是利用了三角形的稳定性。

以上是通过做实验来证明三角形的稳定性的。下面我们从数学的角度来证明一下三角形的稳定性。任取三角形的两条边，则两条边的非公共端点被第三条边连接。因为第三条边不可伸缩或弯折，所以两端点距离固定，这两条边的夹角也固定 。又因为这两条边是任取的，所以三角形三个角都固定，进而将三角形固定。这就证明了三角形具有稳定性 。同样的，我们来证明一下多边形是不稳定的：任取n边形($n \geqslant 4$)两条相邻边，则两条边的非公共端点

被不止一条边连接。所以两端点距离不固定，也就是这两边的夹角不固定。进而证明了n边形($n\geqslant4$)每个角都不固定，所以n边形($n\geqslant4$)没有稳定性。

三角形的稳定性不仅应用在了相机的三脚架中，仔细观察，你会发现三角形的妙用无处不在。就连大家都知道的埃及金字塔的塔基座都被盖成了三角形。金字塔是古埃及文明的代表作，它建造于沙漠之中，结构精巧，外形宏伟，是埃及的象征。金字塔距今已有四千六百多年的历史。它这么长时间依然屹立于世的原因就是因为它的稳定的结构，而这又得益于三角形的稳定性。

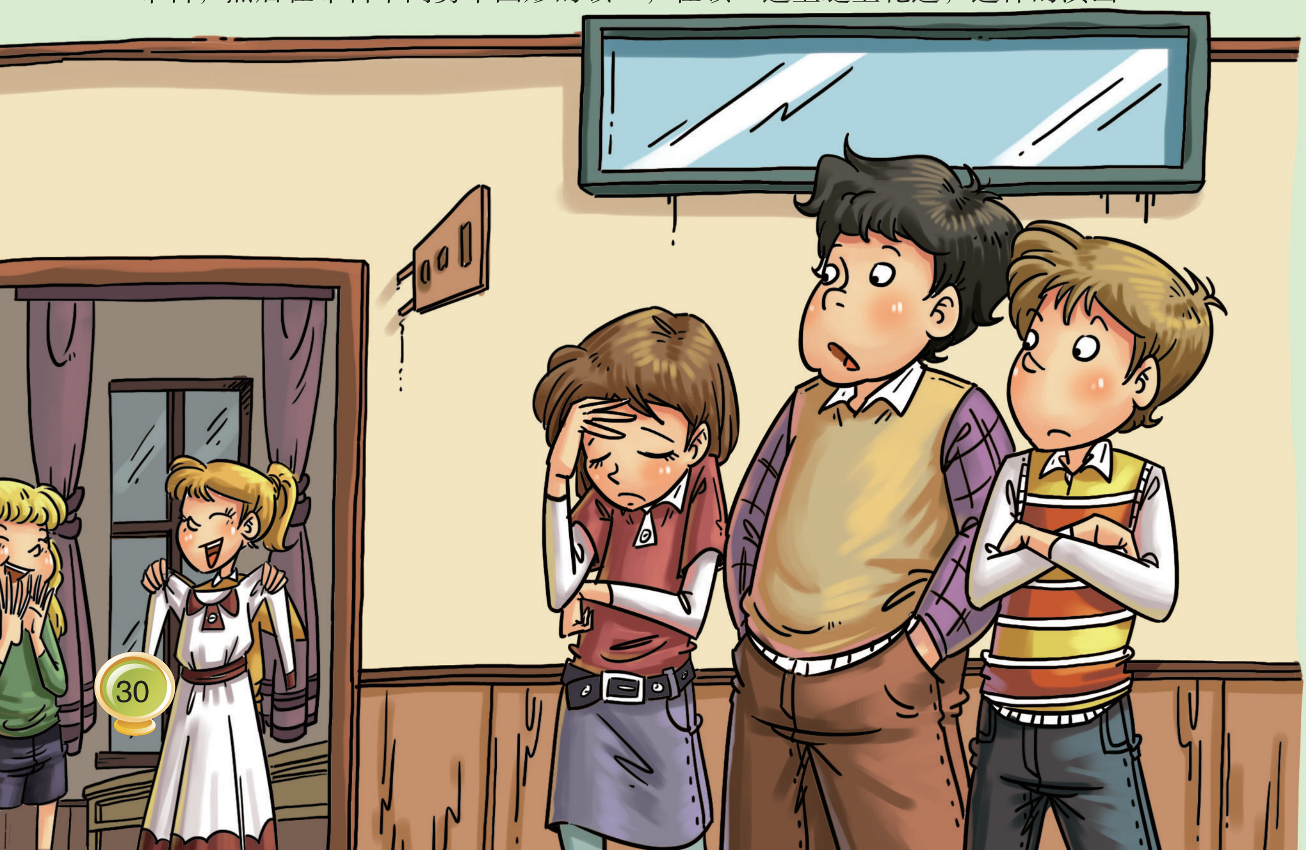


第8章

大家一起做手工

六一儿童节就要到了，为了给小朋友们庆祝节日，学校要举行盛大的六一文艺汇演。每个班都要出节目，节目优秀的班级还会得到奖品，所以同学们都在热火朝天地准备自己的节目。就在这时，有一个班级的学生犯难了：老师给的资金有限，女同学们却想穿着漂亮的公主裙去演出，这就需要同学们自己动手去做演出服了。

同学们先在一起商量怎么裁制演出服，大家各抒己见，都想用最少的钱做出最漂亮的裙子。最后，大家统一了方案：先去布店买圆形的漂亮蕾丝边布料，然后在布料中间剪个圆形的领口，在领口边上缝上花边，这样的演出

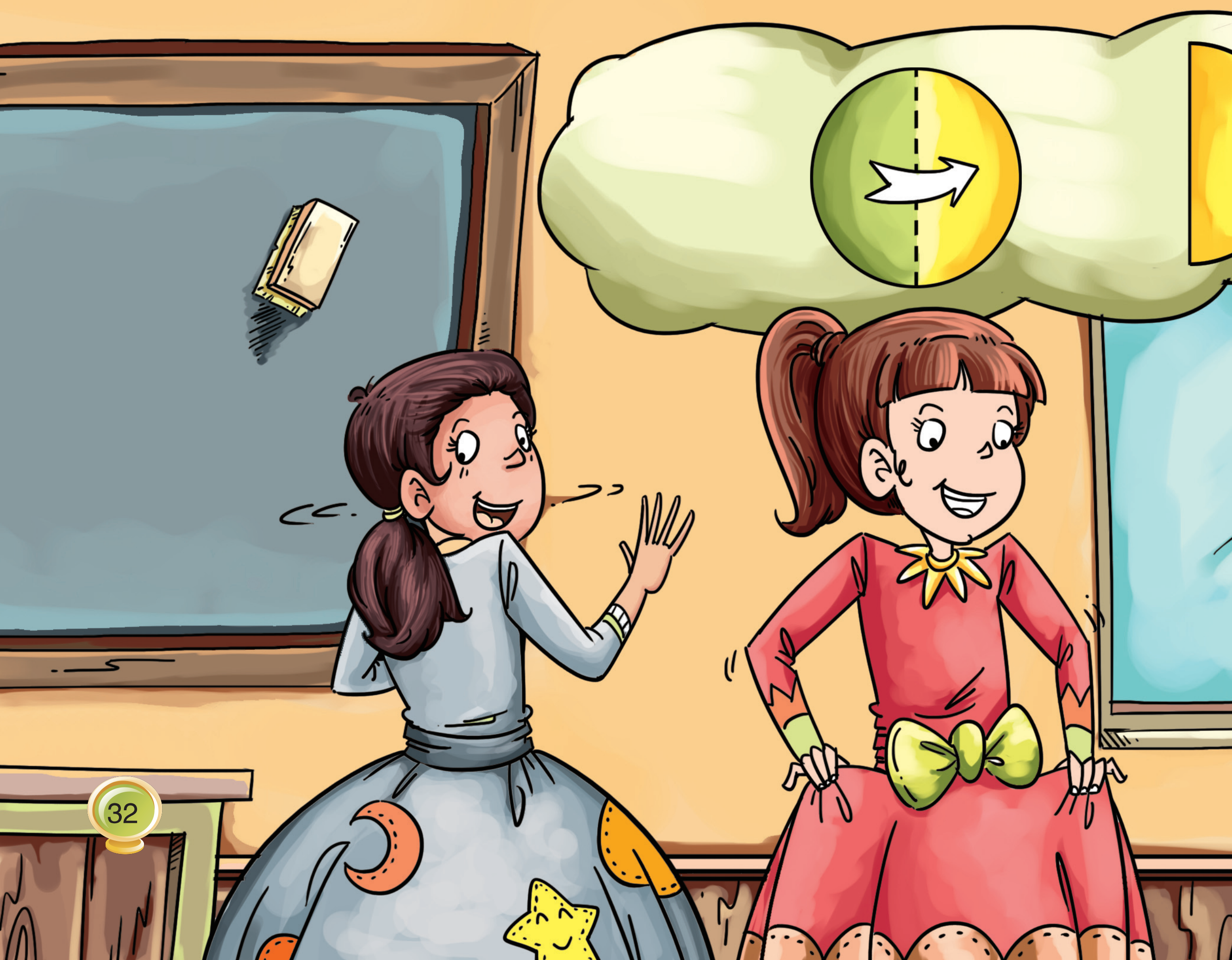


服一定很漂亮。评委们也会因为孩子们的独具匠心而给他们加分的。

说干就干，同学们先买回了漂亮的圆形布料，下一步就是怎么去剪领口了。因为演出服要前后对称，所以领口剪下的圆必须和整块圆形布料是同心圆。同学们的第一道工序就是找到整块布料的圆心，根据这个圆心再去剪领口的圆。那么要怎么找圆心呢？同学们开始研究起来，他们先找了几个纸质的圆形，折来折去，发现先把圆对折，使两个半圆完全重叠，这时圆中会出现一条折痕，然后再换一个角度，用同样的方法就可以得到另一条折痕。这两条折痕（实际上就是这个圆的两条直径）的交点就是圆心。同学们找到了找圆心的方

法，就根据每个同学的脑袋大小开始操作了。把圆形布料折上两次轻松地找到圆心，找到圆心就裁剪领口，再在领口上缝上漂亮的花边和蝴蝶结。

裙子已经初具规模了，爱美的女孩子们纷纷穿上自己的裙子展示了一番。这时其中的一个女孩说："如果我们能在裙子上配个腰带就更好看了。"同学们都说这个主意不错，女孩又接着说："皮质的腰带价格太贵了，我们还是用布料做吧，上面缝上我们喜欢的图案。我们可以缝上几个蝴蝶的图案、心形的图案、五角星的图案……"这时旁边一个数学小天才说话了："你说的这些图案其实都是轴对称图形，如果我们利用轴对称图形的特点来裁剪这些图案的话，不仅可以准确无误，确保不浪费材料，还可以节省



时间呢！”听到他的这番话，同学们都来了兴致：“那你给我们讲讲轴对称图形都有什么特点吧！”数学小天才当起了小老师：“在平面内，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两边的部分能够完全重合。这样的图形就叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴。所以大家裁剪的时候，把布料对折一下，只需剪出图形的一半，把布料展开后就是一个完整的图案了。”

果不其然，同学们按照他的办法都剪出了漂亮的图案，并把这些图案缝在了腰带上，为演出服增添了不少色彩。就这样，为自己量身定做的演出服大功告成了！

第9章

对于电梯的困惑

电梯已经成为了日常生活中的便捷工具。特别是高层住宅，乘电梯特别是对于大件家具的搬出搬入，很省力。然而，有时也会出现特别大的家具装不进电梯的情况。

怎样才能确保买的物品能顺利放入电梯呢？目测并不可靠，不如我们用勾股定理来计算电梯能放入物体的最大高度。这样，买东西的时候直接测量就可以了。这就要用到数学中的勾股定理了。

那么，什么是勾股定理？

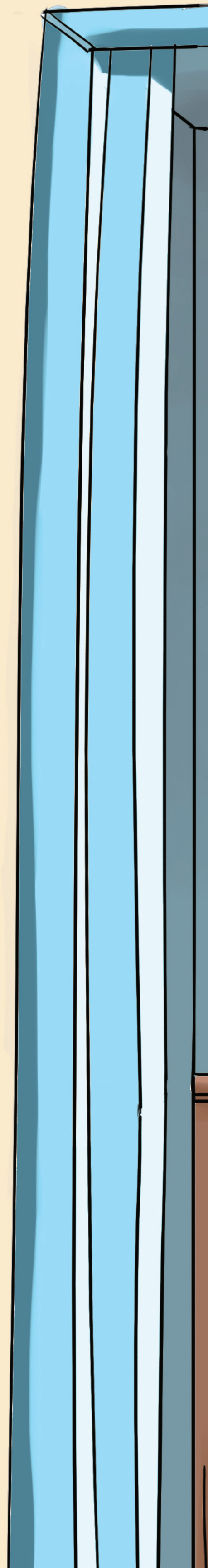
勾股定理是一个基本几何定理，是数形结合的纽带之一，也是人类早期发现并证明的重要数学定理之一。在任何一个直角三角形中，两条直角边的长度的平方和等于斜边长度的平方。用公式表示为：$a^2+b^2=c^2$ 。

由于勾股定理在生活和工程中经常用到，所以有一些常用的勾股数就被大家总结起来了。

例如：3，4，5；　6，8，10；　5，12，13；　7，24，25……

由于电梯是一个长方体，进电梯的时候，电梯的一侧会完全打开。如果想要让较高的物体顺利地进入电梯，就必须考虑电梯门的对角线的长度。那么就涉及计算一个直角三角形的斜边长度的问题。

小朋友们可以找一个长一些的木棍，或者铁的卷尺，再准备好笔和纸或者计算器就可以了。测量出电梯门的宽和高，记录下数据。先把它们的

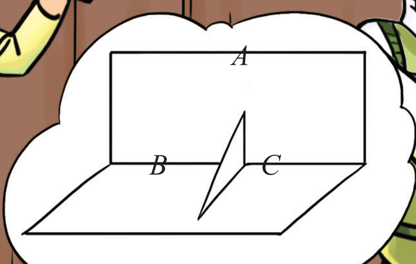


平方和相加，再开方（最好使用计算器，因为电梯测量的数据有的是含有小数的），然后，根据得到的结果，来选择物品的长度或者高度，这样就不会出现买来东西却进不了电梯的尴尬事情了。

勾股定理不但是解决电梯困惑的好帮手，还是建筑工人测量建筑物是否是直角的必备公式。有的工人，在墙面与地面交界的地方随机找一点，然后分别在墙上和地上从这一点出发，画一条30厘米和40厘米的线段。

如图，AC=30厘米；BC=40厘米；根据勾股定理得到AB=50厘米。如果工人在标出A和B之后，连接两点测得的距离不是50厘米，那么就说明这面墙壁与地面不是垂直的。

在生活中，还有很多能用到勾股定理的地方，比如，你们可以测量一下自己家里的家具是不是符合规格，是不是与地面是垂直的。还可以去测量一下，你经常走过的楼梯，是不是每个台阶都与下一个台阶面是垂直的。



第10章

拿着压岁钱去储蓄

春节是中国一年一度的盛大节日，这个节日最具代表性的意义就是辞旧迎新。在每个大家庭里，长辈都要给小朋友们压岁钱。你们拿到压岁钱之后都会用来做什么呢？

有的小朋友说压岁钱可以买玩具、买零食、买文具。还有一些小朋友说要从小学会理财，先把压岁钱存在存钱罐里，留到以后需要的时候再用。存起来，真是个好主意。但是把钱存在存钱罐里，不如把钱存

到银行里。因为存到银行里是有利息的。

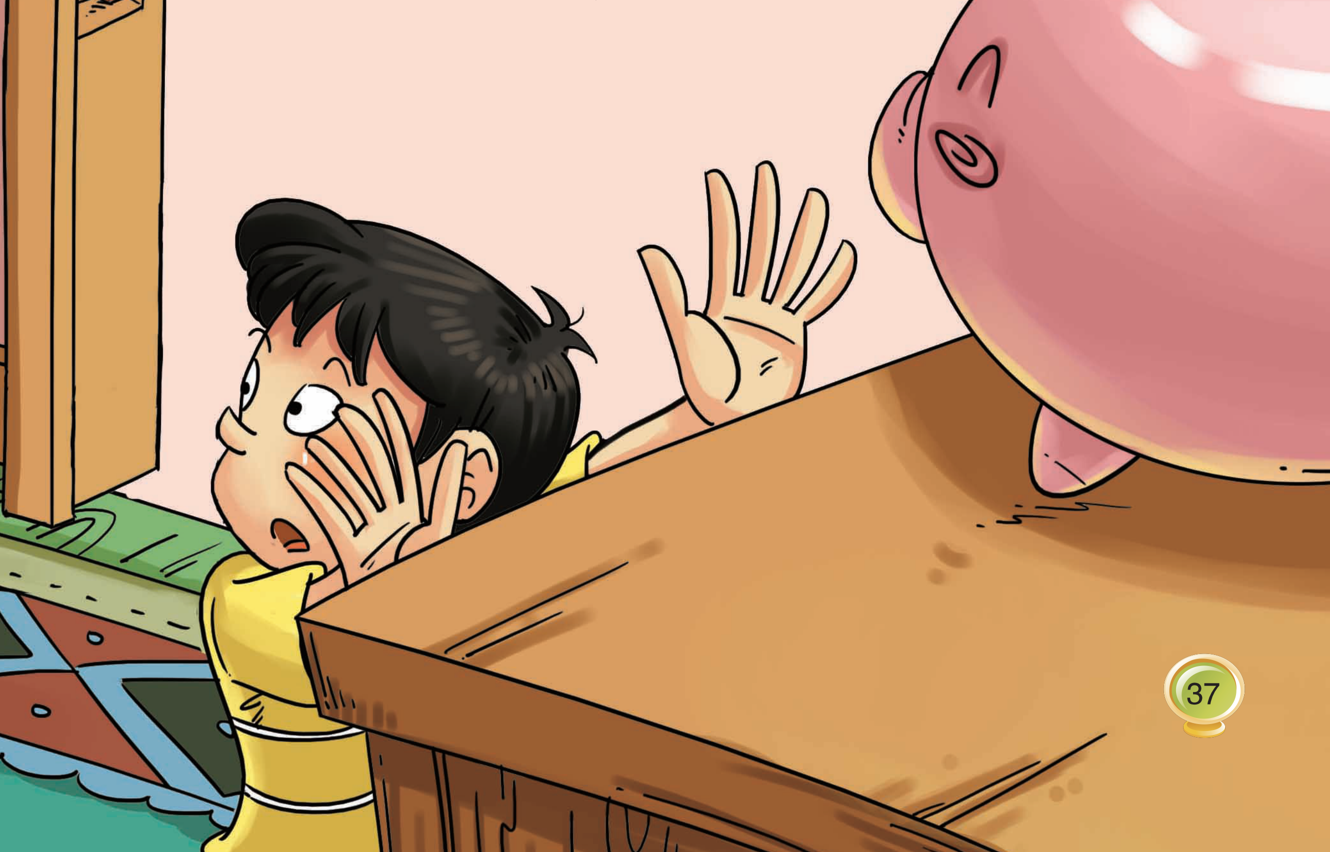
什么是利息呢？我们把钱存入银行，就相当于把钱借给了银行，它们为此付给我们一定的报酬。也就是说，他们拿这些钱去进行生产活动，赚得一定的利润，分一些给我们。

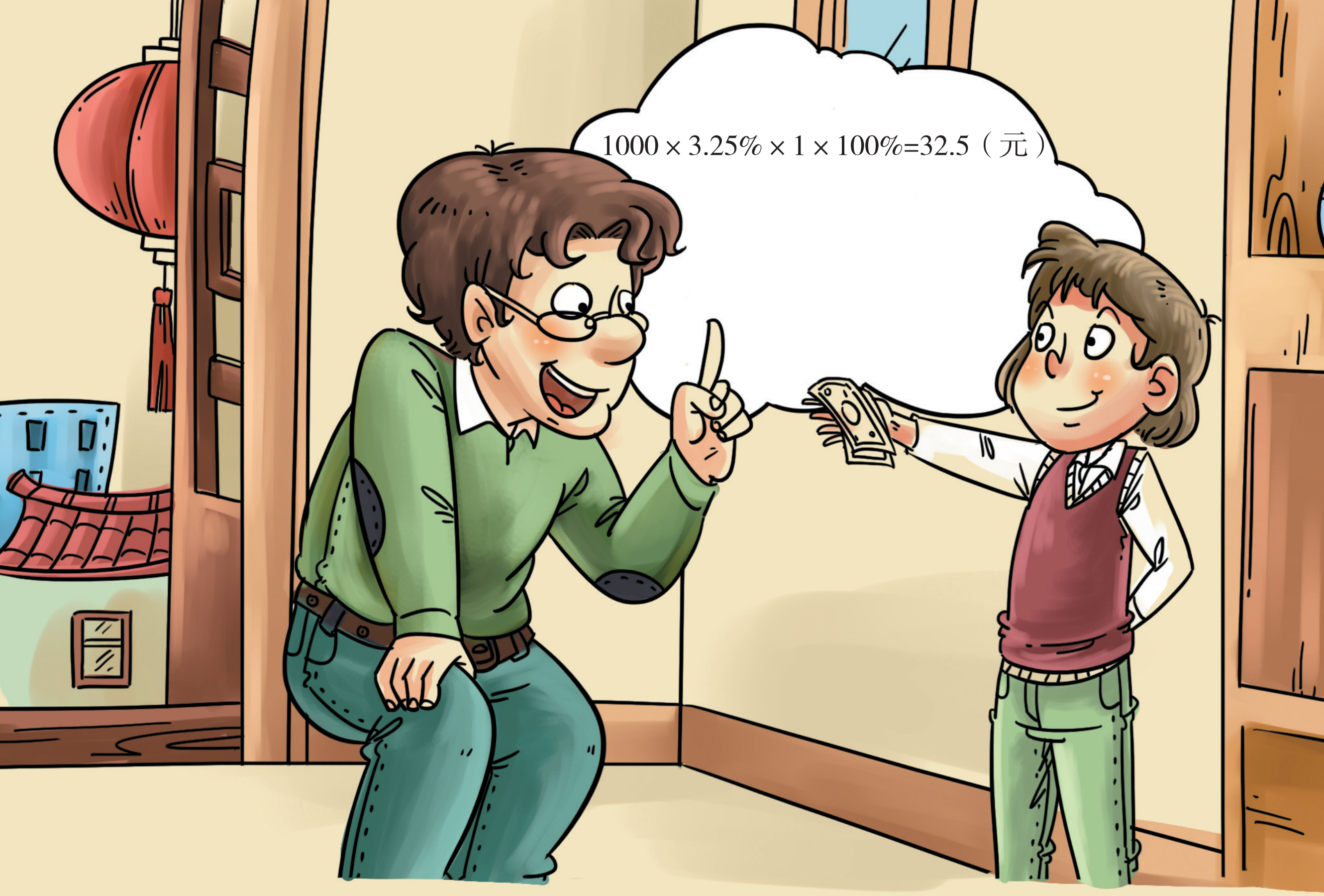
此外，我们还要了解什么是利率。利率又称利息率，表示一定时期内利息量与本金的比率，通常用百分比表示，按年计算的利率则称为年利率。

利息率计算公式是：利息率= 利息量 ÷ 本金 ÷ 时间 × 100%。通常情况下我们不需要自己计算利息率，银行会有一个表格告诉我们利息率是多少。

调整时间	活期	6个月	一年	二年	三年	五年
2014年1月	0.35	2.85	3.25	3.75	4.25	4.75

存款的时间越长，利率就越高。所以小朋友们如果想把钱存到下次发压岁钱的时候，最好存一年。这样得到的利息就较多。讲了这么多利率的知识，我们再回过头来看看利息





的计算方法：

利息=本金×利率×时间×100%

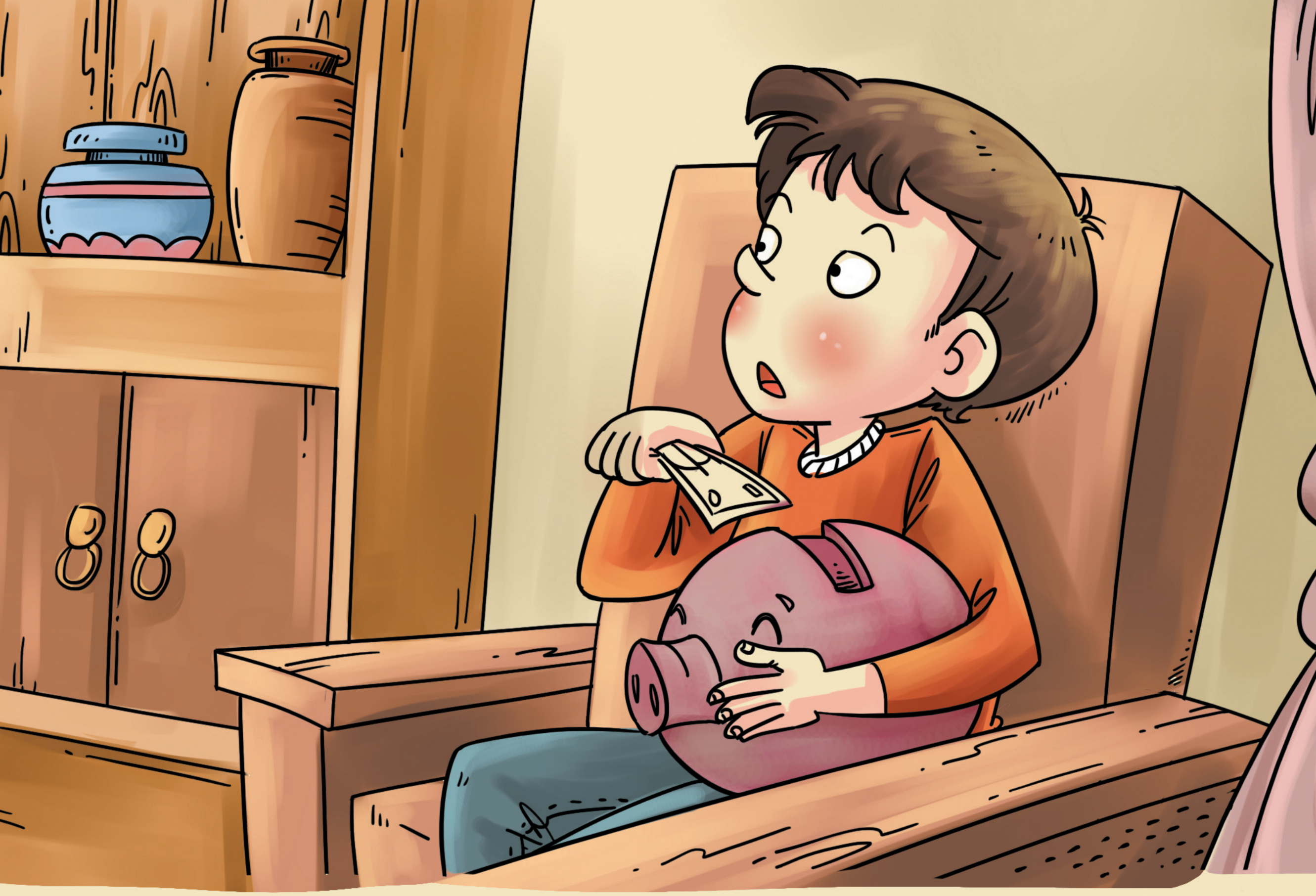
按照上面的利率表格。假如一个小朋友有1000元的压岁钱，妈妈帮他开了一个账户，存一年。这个小朋友能得到多少利息呢？

本金是存入的1000元，利率是3.25%，时间是1年。那么根据公式：

利息=1000×3.25%×1×100%=32.5（元）

你们看如果1000元存一年，本金加利息一共有1032.5元呢。要是多存几年的话，会更多呢。知道了储蓄的好处之后，你们会不会也有去储蓄的冲动呢？肯定有人会迫不及待地想要行动吧！

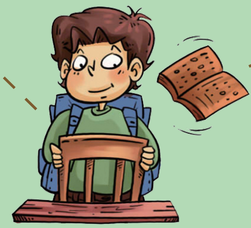
下面我们再来看一下，如果小朋友从10岁开始储蓄，每年储蓄1000元，到他13岁的时候，能获得多少利息。



因为他储蓄的时候确定要放在银行里3年，所以他10岁的时候应该选择定期存3年，那么利率是4.25%。利息=1000×4.25%×3×100%=127.5（元）；他在11岁的时候应该选择定期存2年，那么利率是3.75%，利息=1000×3.75%×2×100%=75元；他在12岁的时候应该选择定期存1年，那么利率是3.25%，利息=1000×3.25%×100%=32.5（元）。

哇！有点复杂，但是当他13岁的时候取出来的本金一共是3000元，利息总共是127.5+75+32.5=235（元）。你们是不是感到很惊讶呢？几年下来利息竟然有235元呢！

再过春节得到压岁钱的时候，你们一定要试着储蓄一些，让自己从小就懂得理财。

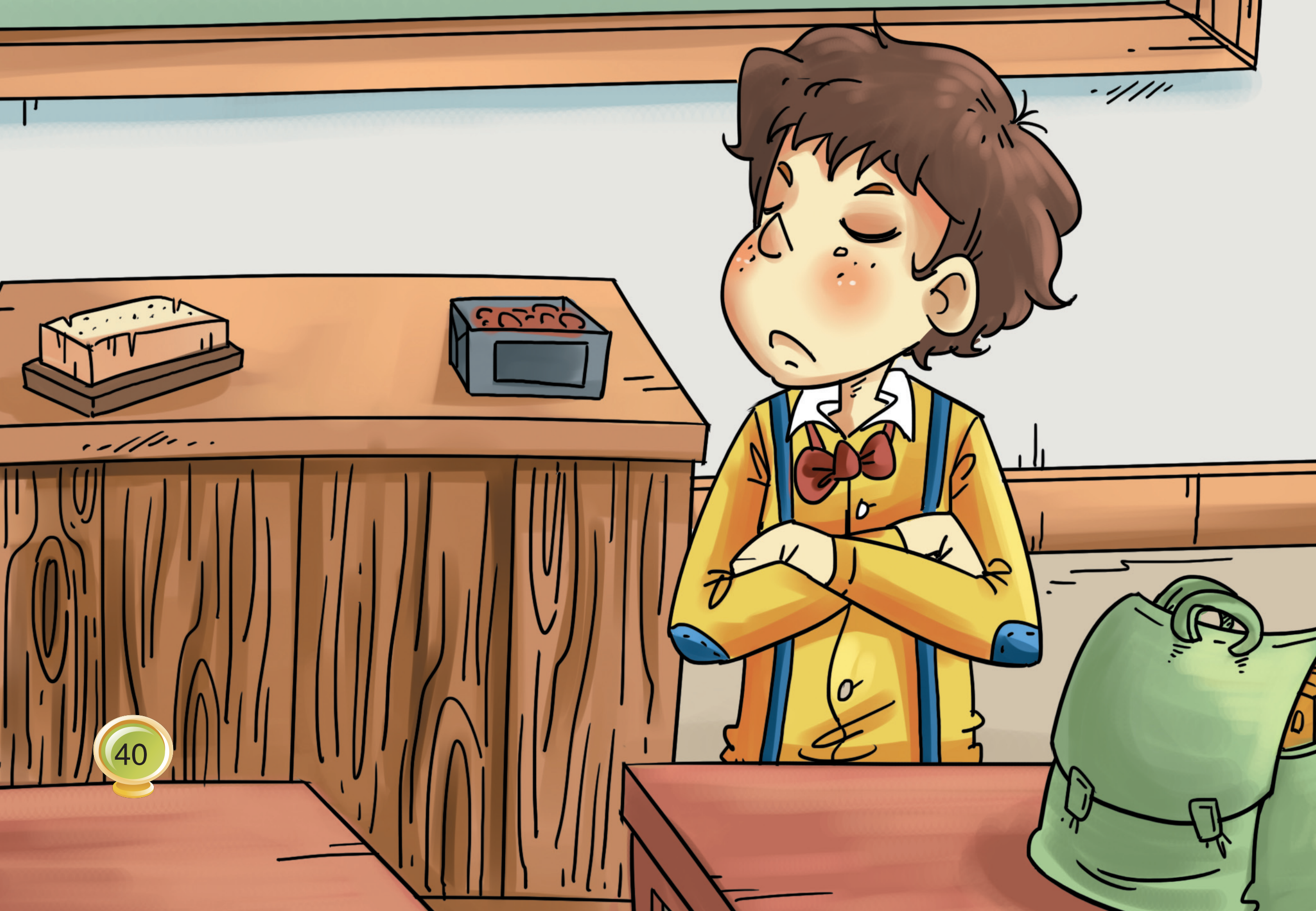


第11章

换座位风波

新学期同学们都长高了。因为有的同学一下子长得特别高，有的长得稍微少些，所以班主任决定给大家调整座位。虽然，新学期换座位是很正常的一件事情，但是，对于某个班级的同学来说却显得不那么平常了，甚至可以说是一场风波。

新学期开学第二天一到教室，同学们就看到老师在黑板上贴出了他们的座位坐标图。可是，由于他们还没有学习坐标知识，大家对坐标图的理解千



差万别，导致出现了两个人争抢一个座位的风波。

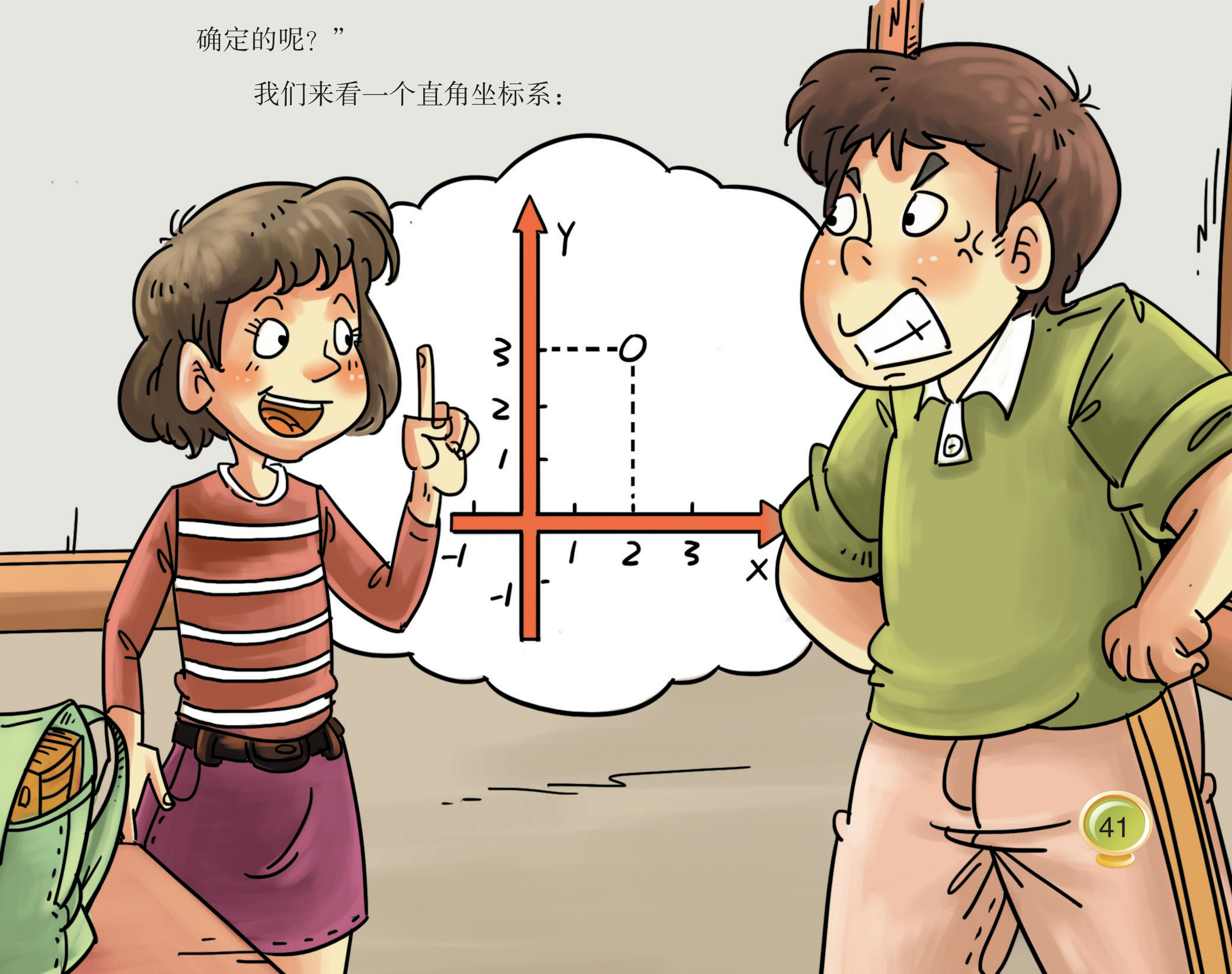
小李和小王两位同学，都觉得第一排第三个座位是自己的。黑板上的名单是这样的：小李（1，3）；小王（3，1）。他们的座位肯定不是同一个，那么是他们谁搞错了呢？

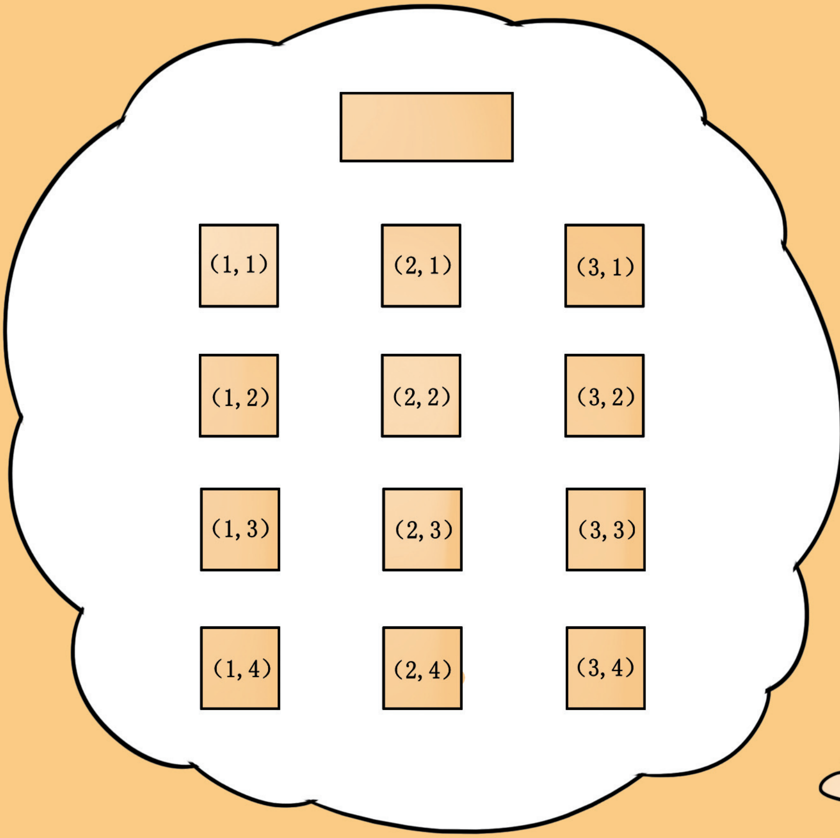
为了帮助他们弄明白谁对谁错，大家先来了解一下什么是平面直角坐标系，以及如何确定点的坐标的知识吧。

直角坐标系就是相交于原点的两条数轴，构成的平面坐标系。如两条数轴上的度量单位相等，则又称为笛卡尔坐标系。

我们可以用直角坐标系来确定点的位置。同样的，在班级里我们每个人的座位都可以用直角坐标系来确定座位。那么你们一定会问："究竟是怎样确定的呢？"

我们来看一个直角坐标系：





如果我们在直角坐标系中随意找一点，然后找到这个点所对应的x轴和y轴的数值，就可以组成一个有序的实数对。比如，图中的一个点，对应x轴的2，对应y轴的3，那么这个点的坐标就是（2，3）。而如果，有一个点，对应x轴的3，对应y轴的2，那么这个点的坐标就是（3，2）。

（2，3）和（3，2）是不同的数对儿，因为数字的顺序不一样。在直角坐标系中，逗号前边的数字代表对应x轴的数字，逗号后面的数字代表对应y轴的数字。

前面小李和小王两位同学之所以争抢同一个座位，是因为他们眼中的横纵坐标不一样。

如下图，通常我们把竖排的座位即与黑板分出远近的方向看做是y轴，而另一个方向是x轴。那么，有序数对对应分别为：

（1，1）（2，1）（3，1）

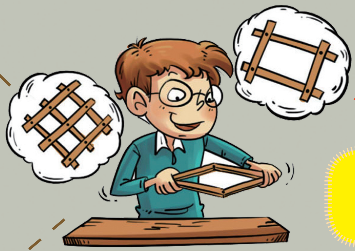
（1，2）（2，2）（3，2）

（1，3）（2，3）（3，3）

（1，4）（2，4）（3，4）

了解了直角坐标系，你们现在是不是可以帮助小李同学和小王同学找到他们的位置了呢？回到学校，你们也可以根据直角坐标系的知识，用一对有序数对表示一下自己在班级中的位置。

不过，你们可不要小看直角坐标系的应用哦。直角坐标系在生活中还会用在航海定位、信号定位等高科技上呢，它能帮助我们进一步进行精确的科学研究。



第12章

可以伸缩的衣架

经常帮助家里做家务的小朋友们，有没有发现家里有可以伸缩的衣架？如果家里没有的话，到小家具用品店你们就会看到那种可以伸缩的衣架了。

这种衣架是根据平行四边形的不稳定性设计的。它是用同样长的木条构成的几个相连的菱形，每个顶点处都有一个挂钩，不仅美观，而且实用。

这种衣架的好处是：（1）利用平行四边形的不稳定性，可以根据需要改变挂钩间的距离；（2）利用平行四边形对边平行且相等的原理，可以使平行木条完全靠拢，这样衣架收起来占地很少。

这种衣架就是对数学知识中的平行四边形具有不稳定性的应用。我们的生活中到处都有这种类似的应用存在。比如，大型楼盘的门卫处都会有可以伸缩的大门，看起来就像全自动的一样，特别酷。这也是根据平行四边形的不稳定性来设计的。

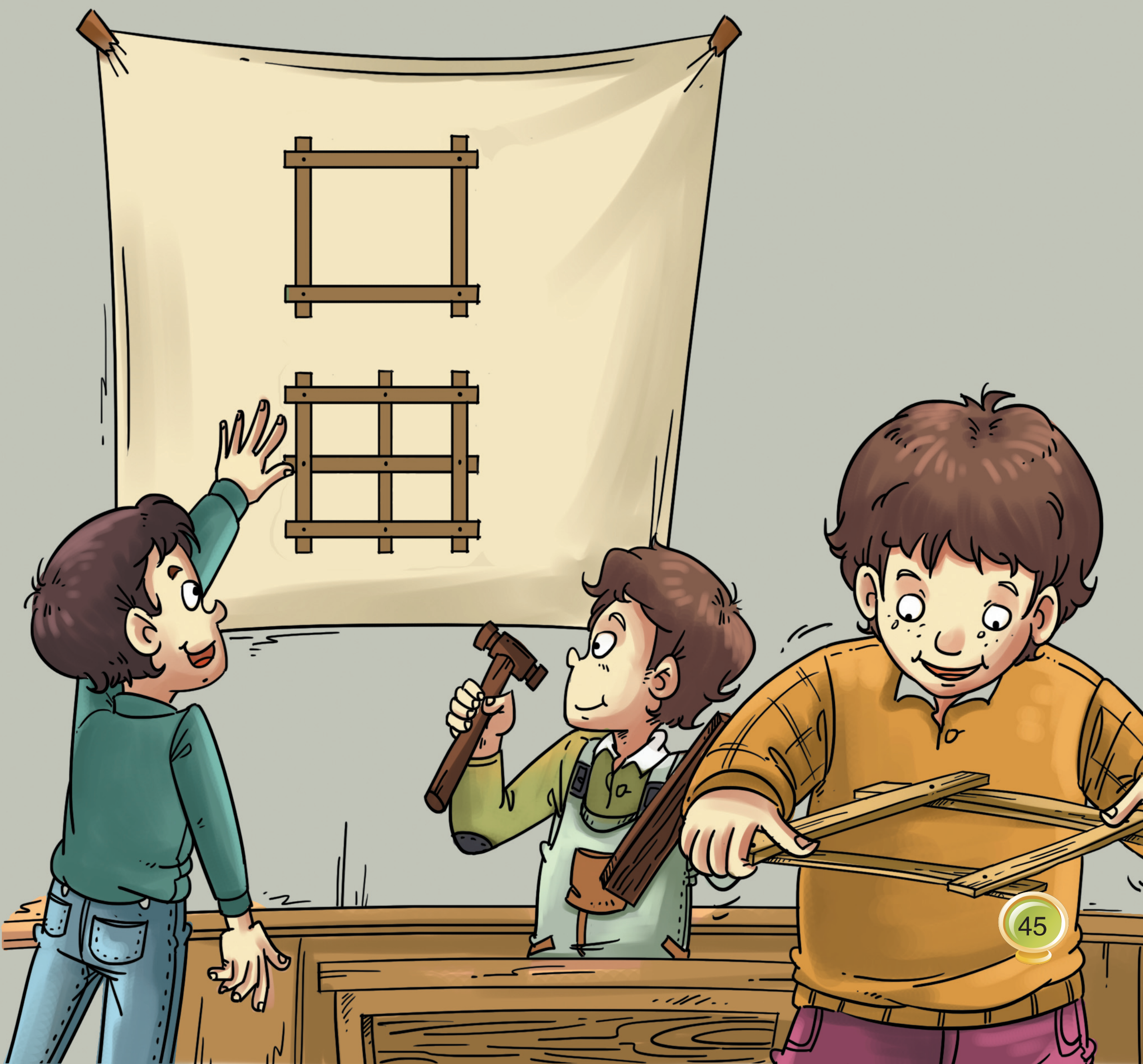
虽然大家见识过这些应用，但是善于思考的小朋友心里还是会特别纳闷：平行四边形的不稳定性是怎样形成的呢？为什么不是三角形而是平行四边形具有不稳定性呢？这个问题问得太棒了。下面我们来做一个实验验证一下。

如图：准备几根小木条和几颗小铁钉，以及一把锤子。（注意：木条最好要很薄的那种，钉子不要太大）把它们钉成图示的样子。做好之后我们再

捏住平行四边形的对角向两边拉动，这个时候你会发现长方形变成了菱形。之后，再从两边向里推，菱形又变成了正方形。这就充分说明了平行四边形的不稳定性。

我们可以再多准备几根小木条，钉成图中所示的图形，这个就可以解释伸缩大门的原理了。同样的，我们可以抓住这个图形的对角向外拉伸，它就变成了四个小的菱形。再推回去，又恢复原样。

为了进行对比，我们拿三角形作对比。我们把三根木条按首尾顺次相



接的方式钉在一起。然后试着拉动，会发现什么情况？哦，根本拉不动是不是？那就说明三角形不具备不稳定性。

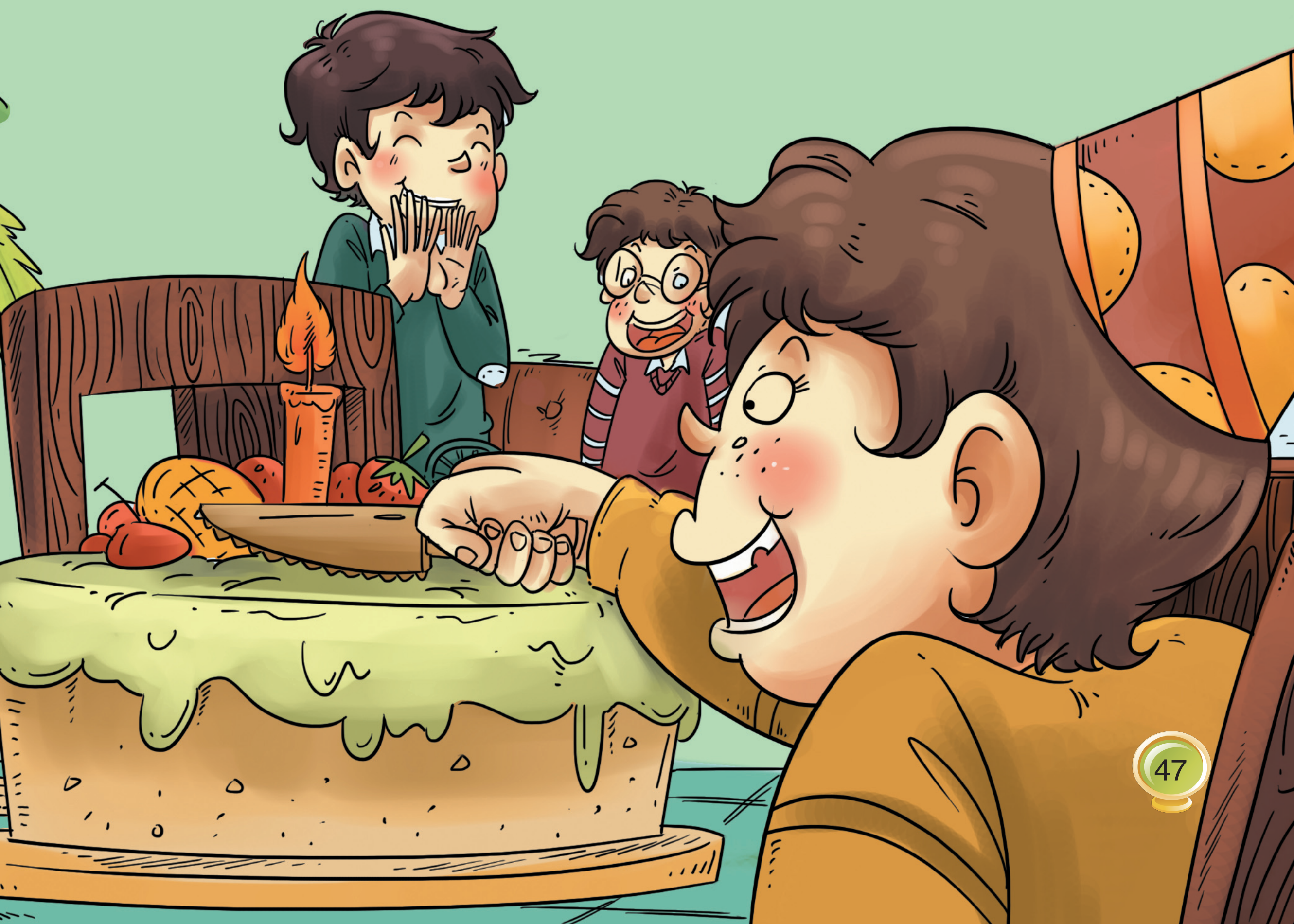
通过简单的小实验，你们一定明白了平行四边形不稳定的特性了。当平行四边形边长固定时，却可以改变其夹角，形成无数个边长相同而夹角不同的平行四边形，而平行四边形的不稳定性就是指平行四边形边长确定，其形状、大小不能完全确定。

聪明的你们，快去找找生活中还有哪些方面是应用了平行四边形的不稳定性吧？今后自己做手工进行发明创造的时候，也一定不要忘了这个原理哦！

第13章

生日蛋糕

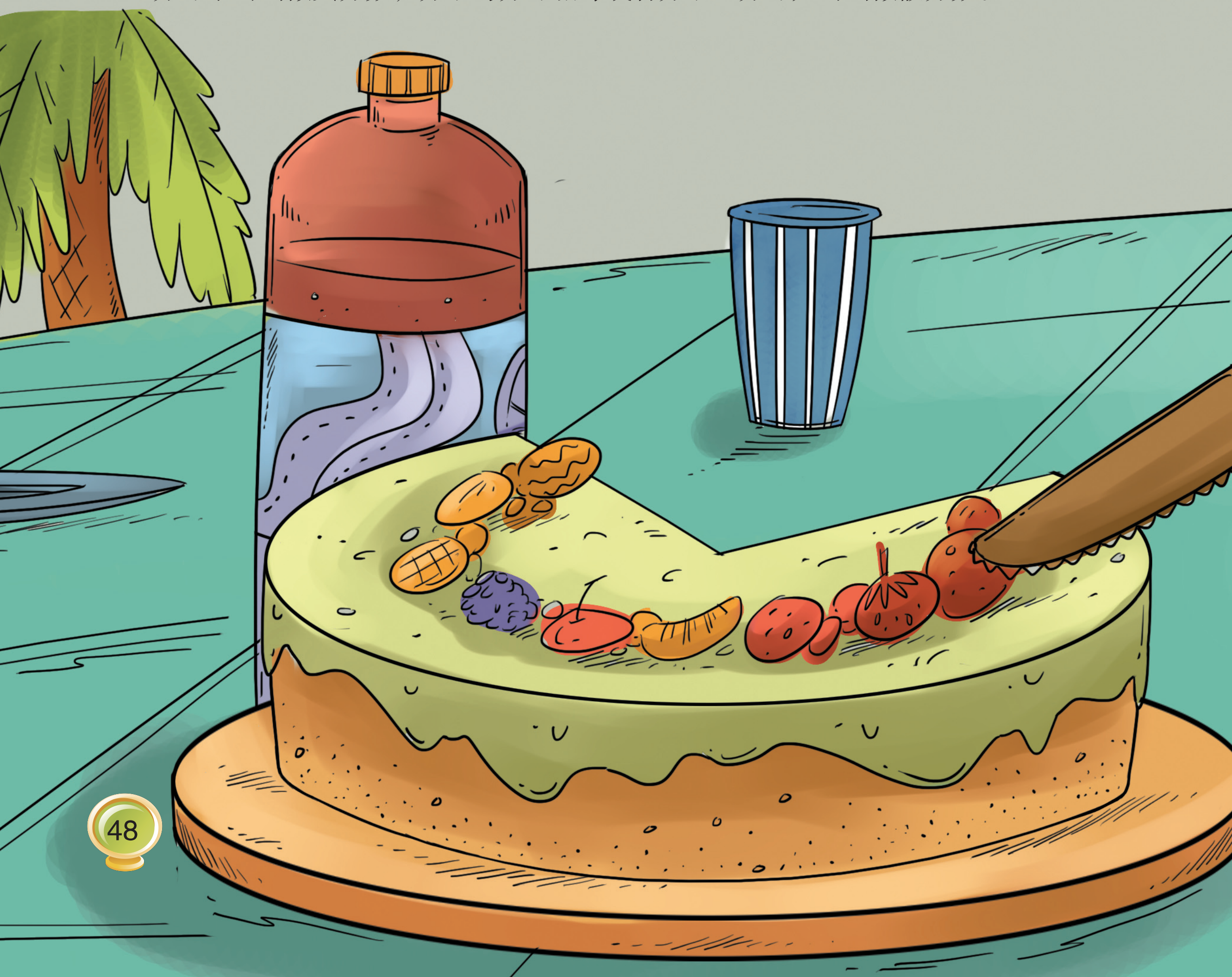
过生日是一件非常开心的事情，有生日礼物，有家人朋友的祝福，还可以吃一大块生日蛋糕。在切蛋糕的时候，你们是不是先要在中间切一刀，把蛋糕变成几乎相等的两块，然后与原来切的方向成90° 角再切一刀，这样就变成四块大小相等的蛋糕了？你们知道吗？在这简单的切蛋糕的过程中，我们就能真实地感受到分数的意义。

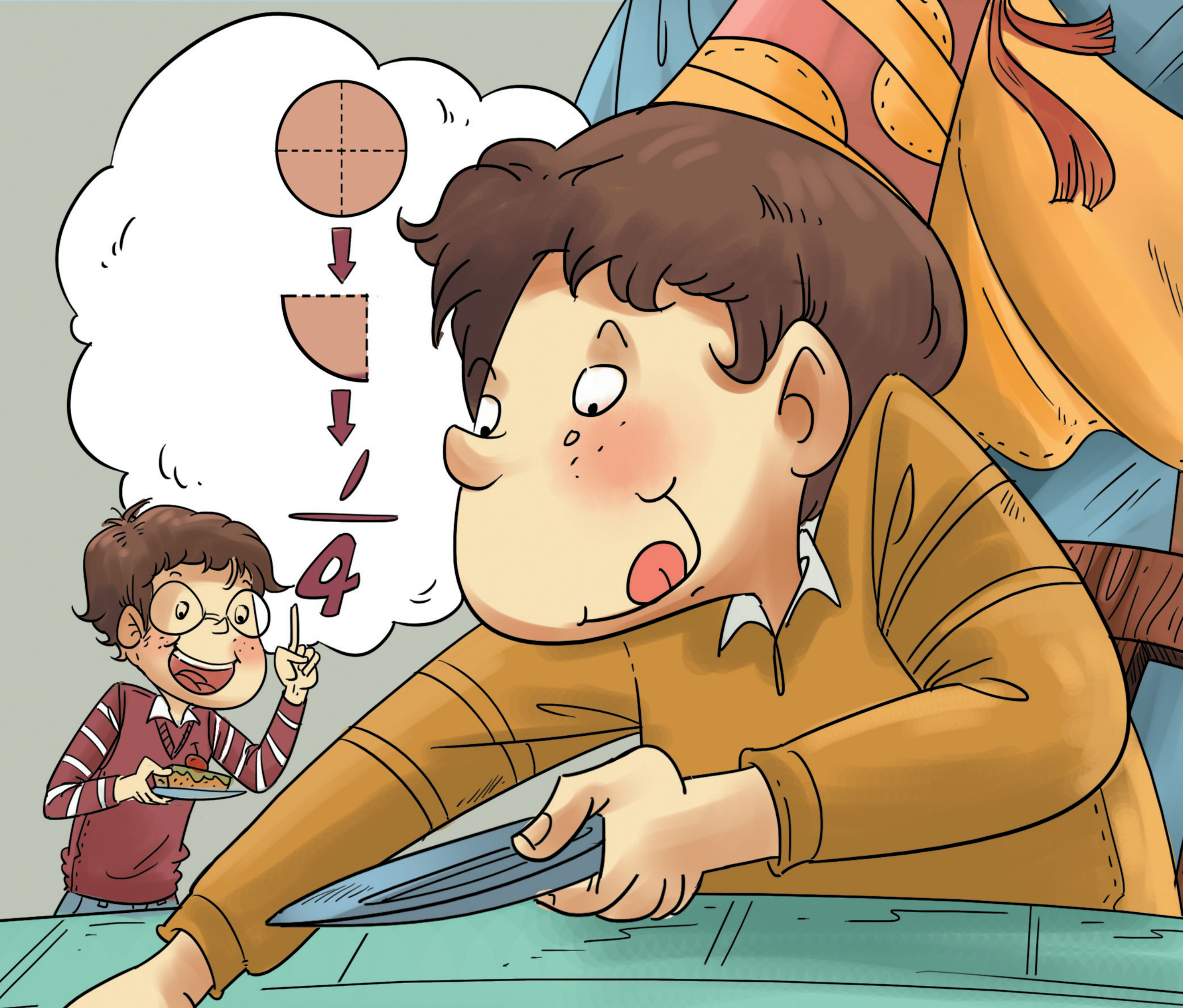


我们假设整个蛋糕是一个单位，记为“1”。从中间切一刀，就相当于把单位“1”分成了相等的两份。每份占这个蛋糕整体的一半，也就是$\frac{1}{2}$。像上面把一个蛋糕切成相等的四块，就相当于把单位“1”分成了相等的四份。每份占这个蛋糕整体的四分之一，也就是$\frac{1}{4}$。

我们可以总结一下：分数就是把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数叫做分数。表示这样的一份的数叫做分数单位。分数是类似于整数、小数的一种记数方法。

分数由三部分构成：分子，分数线，分母。分数的分母表示把一个物体平均分成几份，分子表示取了其中的几份。分数又分真分数和假分数两类：分子比分母小的叫做真分数，分子与分母相等或者分子比分母大的叫做假分数。





由于分数的分子在上分母在下，我们也可以把它当作除法来看，用分子除以分母（因0在除法中不能做除数，所以分母不能为0，表示把单位“1”平均分0份，取10份，完全没有意义），相反除法也可以改为用分数表示。

假设某个小朋友过生日，一共有7个人来庆祝，他把蛋糕切成了相等的7块，那么每个人得到$\frac{1}{7}$。我们再假设这个小朋友不会准确地切7块，于是他就切了8块，这样有一个人是可以吃两块的。于是有6个人每个人得到蛋糕的$\frac{1}{8}$，还有1个人得到蛋糕的$\frac{2}{8}$。现在我们来看，如果把蛋糕看成单位“1”，那么就有6个$\frac{1}{8}$和1个$\frac{2}{8}$。

怎样验证它们的和是不是单位“1”呢？这就要学习分数的加减法运算法则了。分数加减法运算的时候要分同分母分数和异分母分数两种情况：同分母就是分母相同的分数，如$\frac{1}{8}$和$\frac{2}{8}$；异分母分数就是分母不同的分数，如$\frac{1}{8}$和$\frac{1}{4}$。

同分母分数相加减分母不变，只把分子相加减，

例如：$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{(1+2)}{8}=\frac{3}{8}$。

异分母分数相加减先通分，变成同分母分数，再把分子相加减：

$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1}{8}+\frac{(1\times2)}{(4\times2)}=\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{(1+2)}{8}=\frac{3}{8}$。

现在我们来看6个人每人得到$\frac{1}{8}$块蛋糕，加起来就是$\frac{6}{8}$，再加上另外一个人得到的$\frac{2}{8}$块蛋糕，一共就是：$\frac{6}{8}+\frac{2}{8}=\frac{(6+2)}{8}=\frac{8}{8}=1$。经过验证我们知道了把单位“1”分成若干份后得到的分数之和仍是单位“1”，这说明分数的

意义就在于把单位“1”平均分成几份，每份占几分之几。

同样的，如果我们把一份工作分成3个项目来做（假设工作量是相等的），每个人做了其中的一个项目。那么每个人就做了工作的$\frac{1}{3}$。此外，如果我们把一堆物品分成2堆，其中一堆物品占$\frac{2}{5}$，另一堆物品占$\frac{3}{5}$。那么我们可以这样理解，这堆物品可以平均分成5份，其中一堆物品占2份，另一堆物品占3份。

怎么样，知道了分数的意义，我们再遇到类似的问题是不是就可以轻松地明白了呢？一定是这样的。

第14章

小区安装路灯

你们家的小区里是不是有很多的路灯呢？你们知道吗，关于安装路灯的学问也大着呢。往往建筑队要达到最佳的效果，而且还要用最少的材料。也就是说，既要让整条小区的路都有亮光照射到，但是又需要计算出最少的路灯量。这样做既能满足大众的需求，也能最大限度地节省材料，节约用电。

有的小朋友迫不及待地问：工人们是怎么计算的，安一个打开看看能照

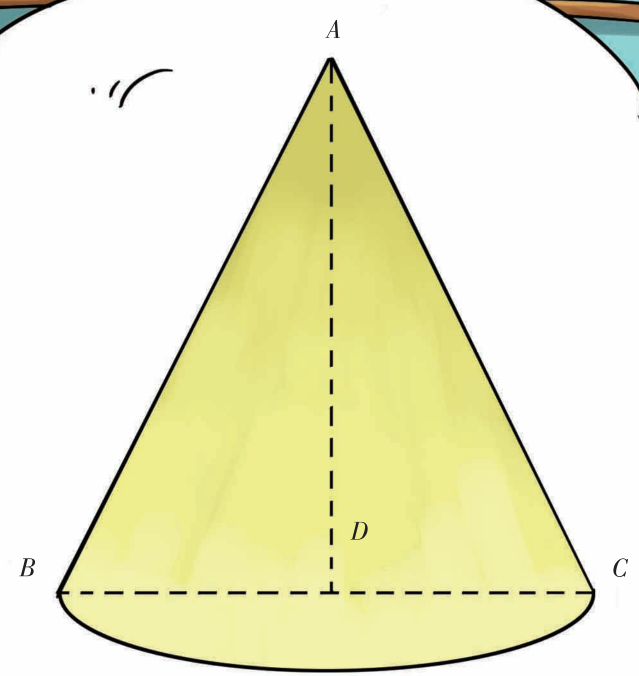
到哪里？然后再安装下一个吗？

才不是这样的呢，其实很简单，只要根据数学知识，事前算好需要多少个路灯，然后，带来材料，隔一段距离安装一个就好了。

那怎么计算呢？这个很简单，要应用到圆锥的切面知识。你们想象一下路灯投射下来的光线是不是一个圆锥形状的？我们在安装的时候要考虑相邻两个路灯的距离，只需要从圆锥的尖部到底部垂直切开得到的那个三角形的一些数据就够了。

下面我们来看路灯数量设计的方案：首先我们要画出路灯照射时的光线图。

假设路灯高是AD，路灯的光照射的横切面是三角形ABC。那么我们只需要测算出BD和BC的距离就够了。这样每隔BC那么长的距离安装一个路灯就能把所有的路段都照亮了。



你们知道了路灯数量确定的方式，那么能不能根据这个方法测量一下你们小区路灯的光照宽度，也就是图中BC的距离呢？嗯，有人已经想到了，就是测量两个路灯间距即可。非常正确！

尽管路灯的光线是圆锥形的，但是我们可以把圆锥截开来，得到我们所熟悉的三角形，复杂的问题就被简单化了。从不同的方向截开圆锥，能得到不同的平面图形。

沿着顶点往下进行截面，截面与底面垂直，得到等腰三角形截面；

把圆锥横剖，截面与地面平行，得到圆形截面；

斜剖圆锥，得到类似鸡蛋形的截面；

往下进行截面（不要在顶点位置），截面与地面平行，得到抛物线截面。

利用好这些截面，我们在生活中会方便很多。比如，我们可以设计省纸的冰淇淋纸，可以设计圆锥形大山的山路，可以设计包装盒，等等。

总之，掌握了圆锥截面的知识，就可以把立体的图形问题转化成平面图形的问题，这样再求解类似安装路灯数量的问题就会变得很容易了。

第15章

组团买门票

学校组织郊游的时候，往往会去郊外、公园、游乐场等地方，有的时候还会组织学生们划船。在大家进入景区或者去划船的时候，就需要购买门票。一般门票的销售不只一种票价，会根据参观游玩的人数来确定。如果一起买票的人数较多，门票就会有一定的优惠。

有一所学校组织2个班的学生去划船，他们在售票处看到有打折的公告。

售票处正常门票售价为：1～30人，每人30元；优惠方案一：30人以上（不包括30人），门票8折优惠并且赠送2张门票；优惠方案二： 30

人以上（不包括30人），门票一律七五折优惠。两个班的学生分别是36人和31人，请问如果你是领队，你能算出怎样买票更划算吗？

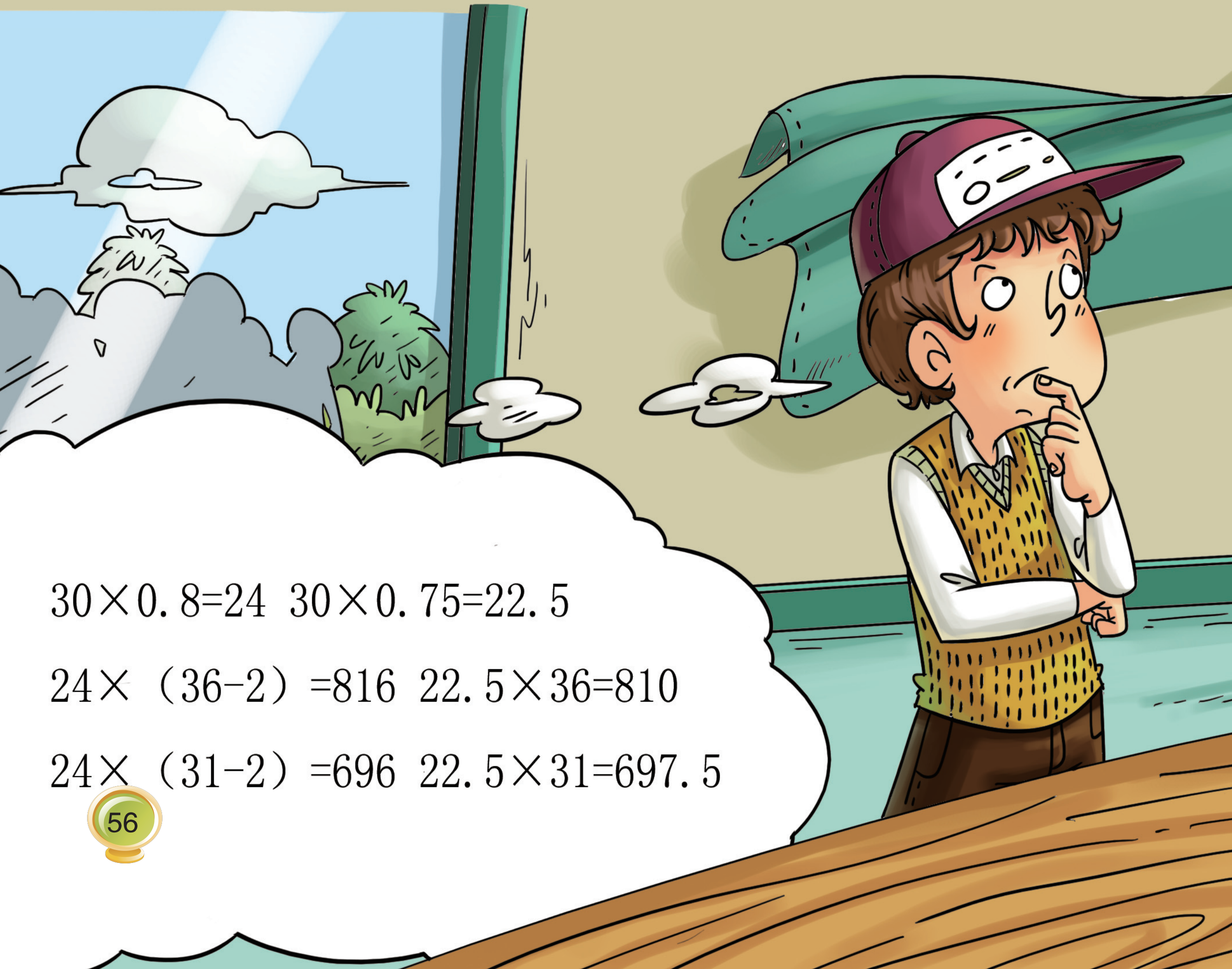
由于门票上有打折销售的字样，我们先来帮助不理解打折意思的小朋友讲解一下关于打折的数学知识。

打几折，就是按照原价的百分之几十的价格出售，换算成计算公式可以简单地理解为打几折就是在原价的基础上乘以零点几。比如，原价30元的门票，打八折出售，那实际价格就是:

$30\times0.8=24$，即24元一张。

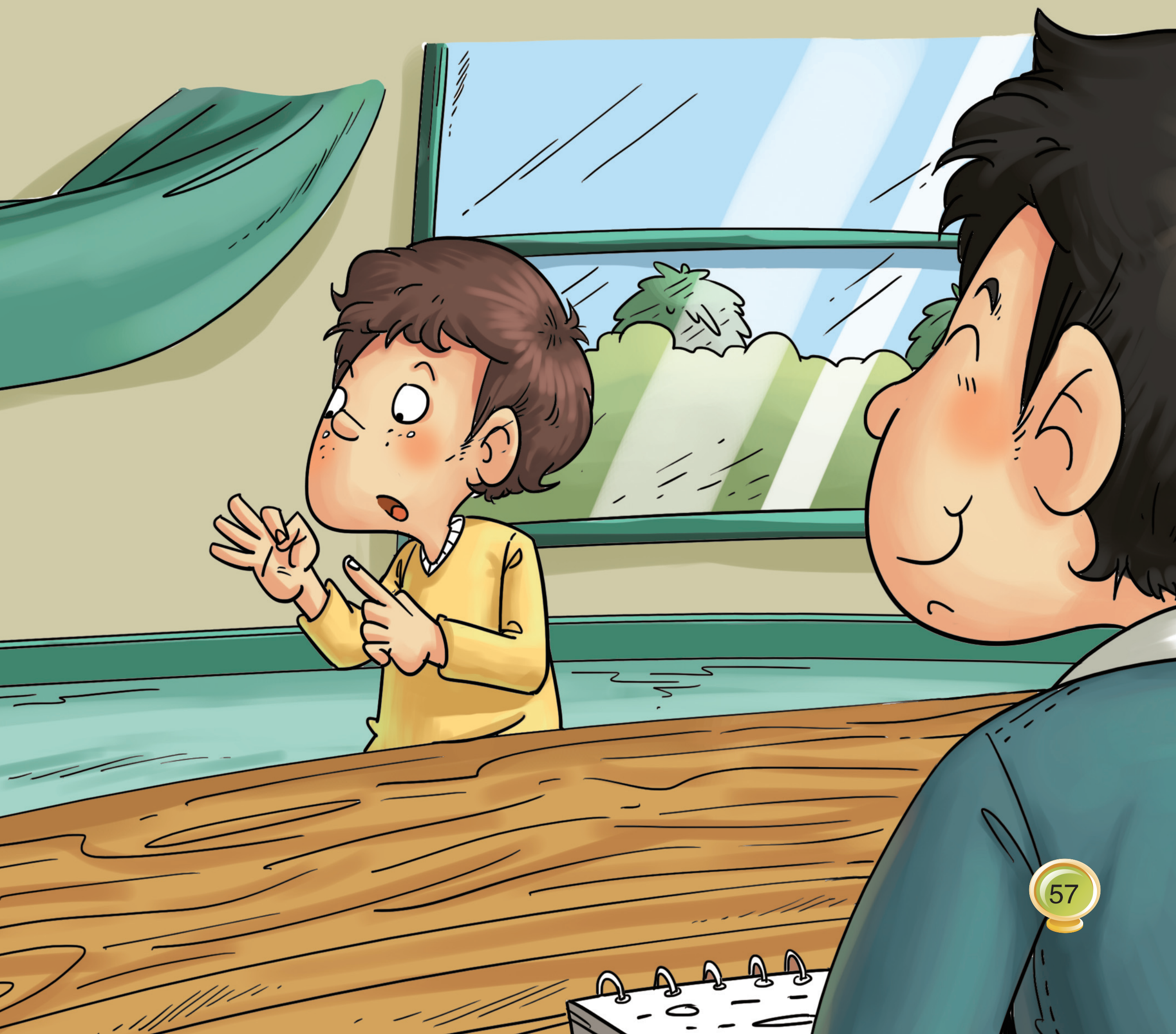
要是按照第二方案打七五折，那么票价就是：

$30\times0.75=22.5$，即22.5元一张。



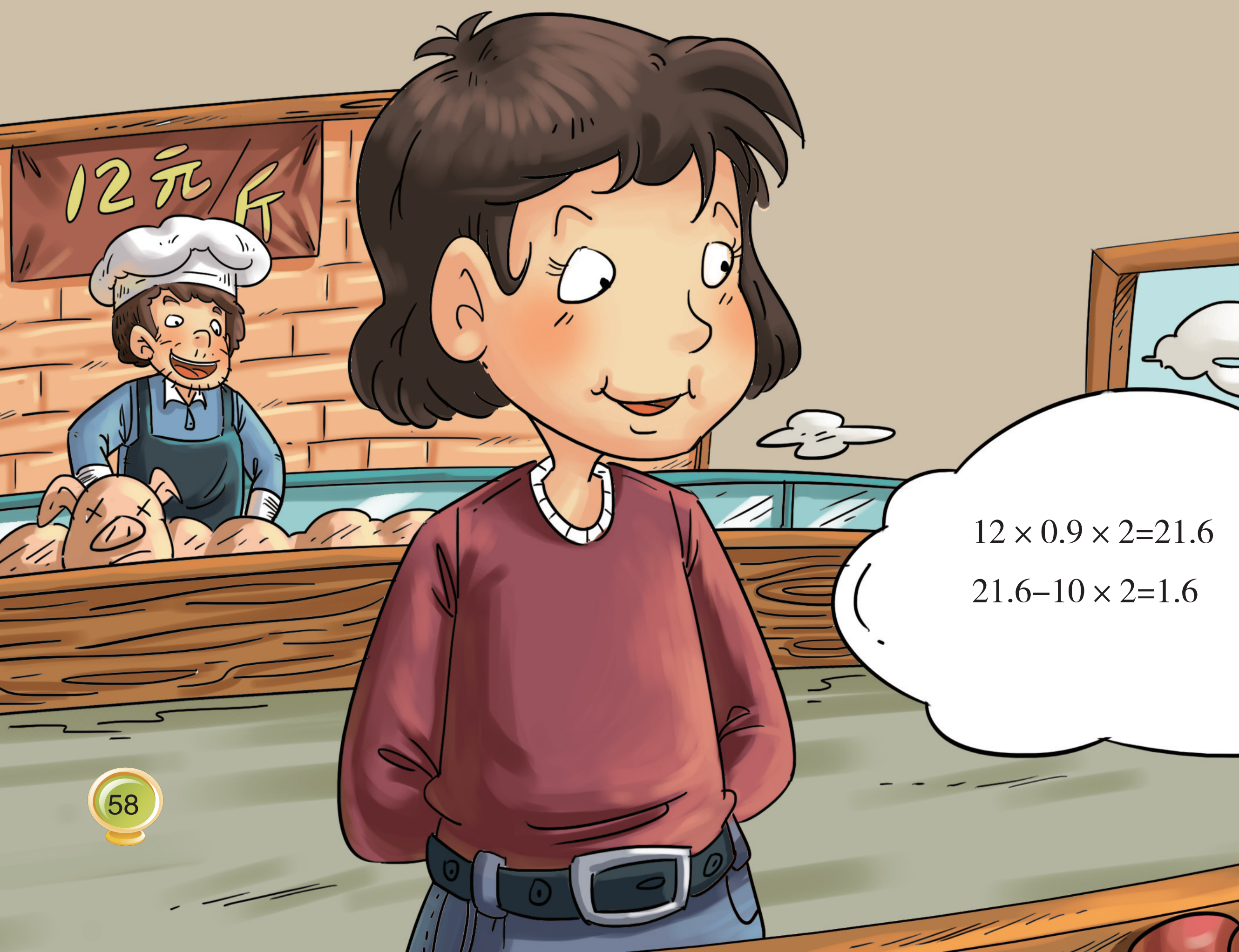
我们来分别计算两个班级的购票方案。36人的班级如果按照方案一，买票要花费：24×（36–2）=816（元）；按照方案二，买票要花费：22.5×36=810（元）。31人的班级如果按照方案一，买票要花费：24×（31–2）=696（元）；按照方案二，买票要花费：22.5×31=697.5（元）。

所以按照上面的结论，36人的班级应该选择方案二，这样总的来说便宜6块钱；而31人的班级应该选择方案一，这样，总的来说便宜1.5元。虽然便宜的数额不大，但是能省则省嘛。一般来说人数越多，计算好之后节省的也就越多。



现在商场和超市都会推出会员卡制度，持有会员卡的买家往往可以以九五折甚至更低的折扣买到商品，而没有会员卡的买家往往就要按照原来商品的价钱购买。会员卡制度，一方面供给消费者低廉的商品，另一方面也帮助商家盈利。

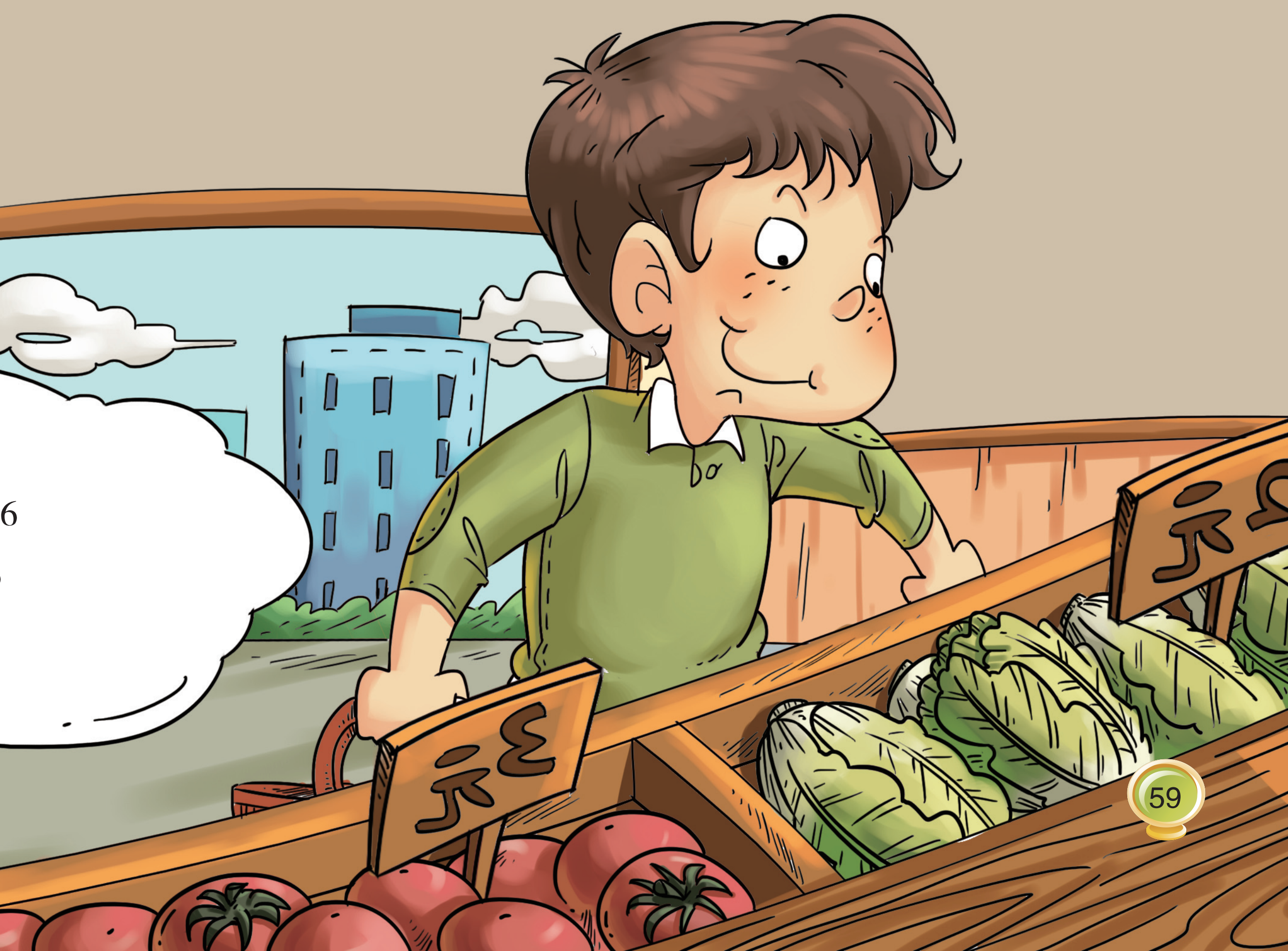
比如，一家大型超市，每天定时定量提供给会员一定的打折商品:白菜2元一斤，会员8折；西红柿3元一斤，会员9.5折；猪肉12元一斤，会员9折。那么假如一名顾客本来已经买好了所需要的商品，但是看到猪肉打9折，那么他会再去买一些猪肉。这样假如猪肉成本是10元，顾客多买2斤肉的话那么顾客消费：$12\times0.9\times2=21.6$（元）；超市盈利：$21.6-10\times2=1.6$（元）。你看虽然打折了，但是商场还是会盈利的。

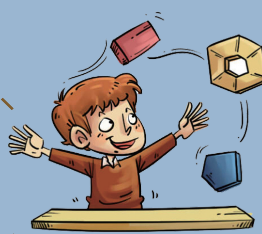


此外，虽然表面上，好像一件商品的盈利少了，但是有了会员卡，消费者到店中消费的次数就会增多。面对几家店铺，消费者会首选持有会员卡的店铺。因此，打折使得商家薄利多销，不仅赚的钱只会多不会少，而且还为商家赚来了人气。

一个小小的打折优惠里面蕴含的数学计算，都足以让我们触碰经济的一角。在生活中打折现象无处不在，什么样的方案经济实惠是大家都喜欢计算的。学习了打折的计算之后，根据不同的情况作出不同的选择着实可以让自己变成理财高手。

我们可以利用打折知识，到商场购买促销的商品、到景区入团购买实惠的门票，甚至可以帮助做生意的父母出出好主意。





第16章

地面上的地砖

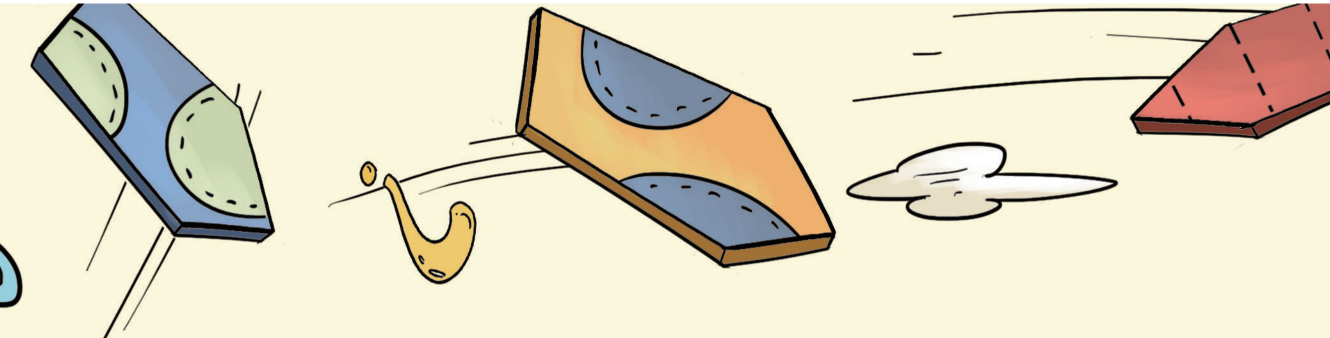
走在人行道上，我们常见到各种图案的地面，它们分别是由同样大小的正方形、正六边形等形状的地砖铺成的。那些不同边数的正多边形地砖能拼接在一起铺成平整的、无孔隙的、有好看图案的地面。当然了，见到最多的是同样的图形，不同的颜色铺设的地面。

尽管这些图形很好看，但是设计师们设计这些路面的时候可是要动脑筋的。因为，既要图案好看又要拼接无缝隙，这就需要用到平面镶嵌这个数学知识了。

平面镶嵌就是用若干类全等图形（能够完全重合的图形叫作全等图形）无间隙且不重叠地覆盖平面的一部分，这叫作这几类图形能镶嵌平面。要想做到镶嵌无缝隙需要满足一个条件：在每个公共顶点处，各角的和是360°。最简单的镶嵌方法是只用一种全等图形镶嵌平面，如都用正方形。

要是我们想用不同的正多边形铺地砖，就要考虑上面的那个条件了。例如，设计师打算用正六边形和正三角形来铺人行道，那么设计师就必须设计好图案。他可以这样计算：假设在一个顶点周围有m个正六边形的角，有n个三角形的角。因为正六边形的每个角是120°，正三角形的每个角是60°，所以$n \cdot 60° + m \cdot 120° = 360°$，即$n+2m=6$。这样我们可以选择2个正三角形和2个正六边形，或者选择4个正三角形和1个正六边形。

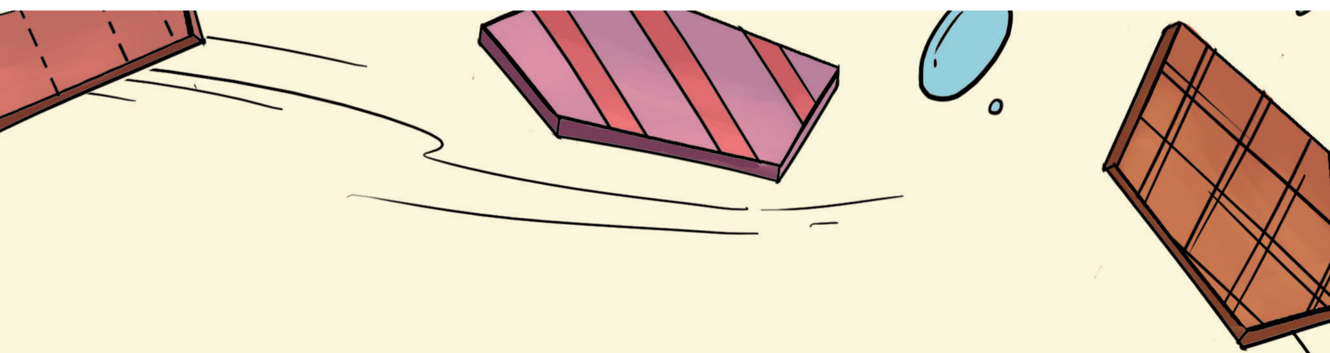

$n \cdot 60° + m \cdot 120° = 360°$
$n+2m=6$



你们可以试着根据结果画出人行道铺完地砖后的图案，画完再回味一下平面镶嵌条件的实用性。

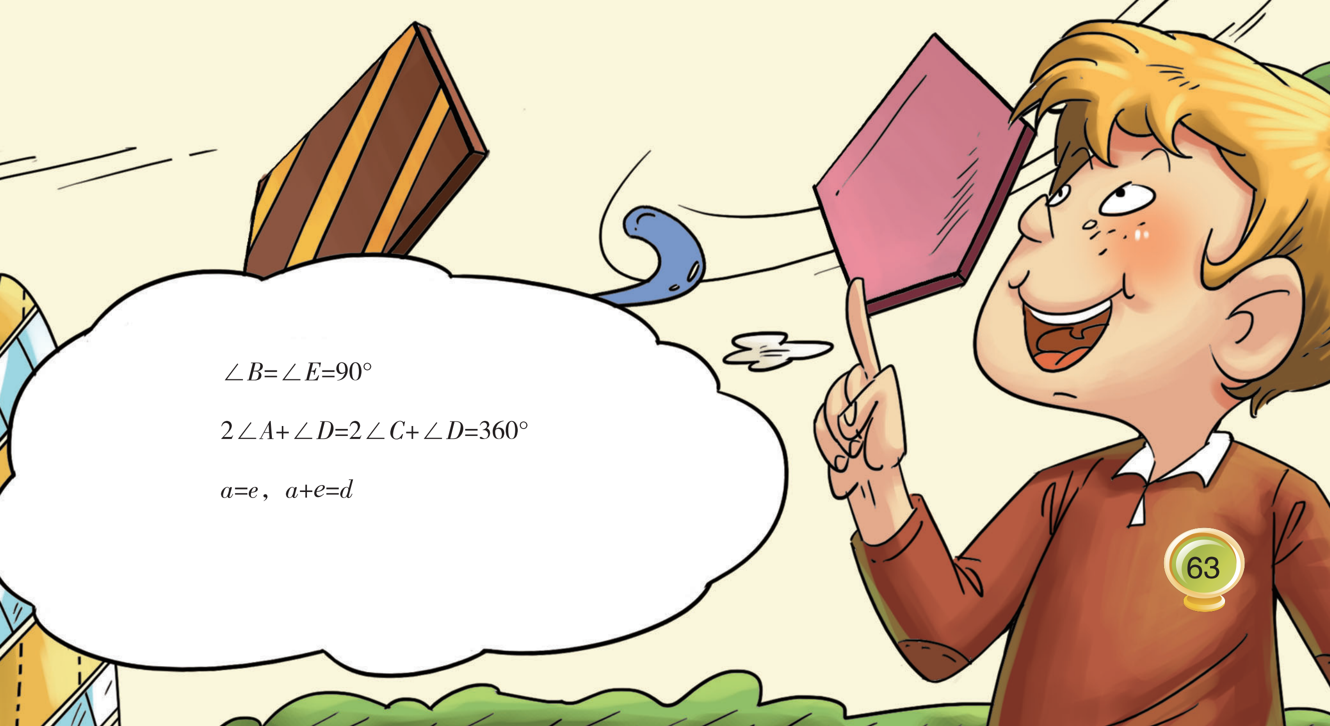
可能有的小朋友还有一些疑问，难道只有正多边形才能完成平面镶嵌的任务，非正多边形就不行了吗？非正多边形如何铺满整个平面？这样问的孩子一定是融入到生活数学的乐趣当中了，其实非正多边形也是可以做平面镶嵌的。只不过需要稍微复杂一点的计算和安排。

据资料记载：在圣地亚哥，有一位家庭妇女玛乔里·赖斯，她是五个孩子的母亲，但是这丝毫不影响她对平面镶嵌的研究。1968



年一位数学家断言只有8类五边形能镶嵌平面，可是玛乔里·赖斯后来又找到了5类五边形能镶嵌平面。在这个五边形$ABCDE$中，$\angle B=\angle E=90°$，$2\angle A+\angle D=2\angle C+\angle D=360°$，$a=e$，$a+e=d$。她是于1977年12月找到的这种镶嵌的方法。

到目前为止，用五边形镶嵌平面，到底一共有多少种类，还有待进一步研究。聪明的你们，是不是心里已经跃跃欲试了呢？大家可以尝试画出本章内容所涉及的图形，或者去探索生活中一些平面镶嵌的特殊图案。



第17章

运动会

运动会是你们都非常喜欢的学校集体活动，其中的长跑比赛虽然不像接力赛那么激动人心，但是却是一场耐力的较量。在赛场上，常常有的同学跑得较快。然而，看着看着，大家就蒙了，因为跑得快的同学反而跑到跑得慢的同学的后面去了，这是怎么回事呢？

在环形跑道上，常常有“扣圈”现象的发生。这是因为跑得快的已经比跑得慢的多跑了一圈或几圈的路程。这是数学里面的环形跑道追及问题。下

面我们来解析一下这个过程。

甲乙在同一地点出发，同向而行（甲快，乙慢），当甲追上乙时，肯定已比乙多跑了一圈。（第一次甲追上乙）

甲总路程–乙总路程=跑道周长

这时，我们可以看作甲乙在同一地点出发，同向而行，当甲再次追上乙时，肯定又比乙多跑了一圈。（第二次追上乙）

甲总路程–乙总路程=跑道周长+ 1圈周长

……从而我们可以发现，每追上一次，甲就比乙多跑一圈，因此，追上的次数就等于多跑的圈数。

甲总路程–乙总路程=*N*个跑道周长

要是想计算出环形跑道的追及问题相关数据，就必须掌握以下公式：

1．甲的路程 –乙的路程=环形周长

2．追及问题（直线）公式：

追及时间＝路程差 ÷ 速度差；

速度差＝路程差 ÷ 追及时间；

追及时间 × 速度差＝路程差

3．追及问题（环形）公式：

快的路程–慢的路程=曲线的周长

环形跑道上的两人同地同向出发，跑起来之后速度比较慢的就落到速度比较快的选手的后面了，而速度比较快的运动员只能向前，不能回头。因为在速度快的选手的第一圈已经不可能遇到较慢的人了，开始跑得较快的人已经在较慢的人的前面了，要想追到较慢的人，只有在自己的第二圈以后才能追到，而较慢的人这个时候不可能跑得与较快的人一样，所以较快的人只有在自己多跑一圈的情况下才能追上较慢的人，有可能是在第二圈，也有可能

是在第三圈……

举例来看：假如小强和爷爷在学校环形跑道上晨练，环形跑道的周长是400米，小强的速度是300米/分钟，爷爷的速度是200米/分钟，有一天，小强想要和爷爷赛跑。他们从同一地点同时同向起跑，当小强第三次追上爷爷的时候，笑着对爷爷说：“爷爷，我都追上你三次了。”爷爷笑着说：“我知道我们跑了多长时间了！”聪明的你，知道从起跑的时候开始算，到小强第三次追上爷爷时，一共用了多长时间吗？设小强第三次追上爷爷时，总共用的时间为x分钟，则有：$300x-200x=400\times3$，解得：$x=12$，小强第三次追上爷爷时，总共用的时间为12分钟。

你们对环形跑道的追及问题，是不是已经掌握了呢？下次学校运动会的时候去给小伙伴们解释一下，为什么会出现速度快的运动员却跑到速度慢的运动员的后面这个奇怪的现象吧。

第18章

哪个班的孩子成绩好

现在学校里，大多数中小学都已经取消了考试排名。但是，在高中因为升学的压力，还是会有排名的现象的。而且，不仅对班级内部的学生要进行排名，班级间也会进行比较，甚至学校间都会进行比较。

作为年龄小的学生，你们肯定不知道这个比较是根据什么得来的。其实，也很简单，是利用平均数、中位数、众数，这些数学概念分析得来的。我们先来了解一下这三个名词。

平均数：是一组数据的总和除以这组数据的个数。如10、12、13、5，这组数据的平均数是（10+12+13+5）/4=10。平均数主要是衡量一组数据的平均值，但是有时候会被最值（即最大值或者最小值）干扰。比如，在歌曲比赛评分的时候往往会要求评委去掉一个最高分，再去掉一个最低分，剩下的评分再算平均分。

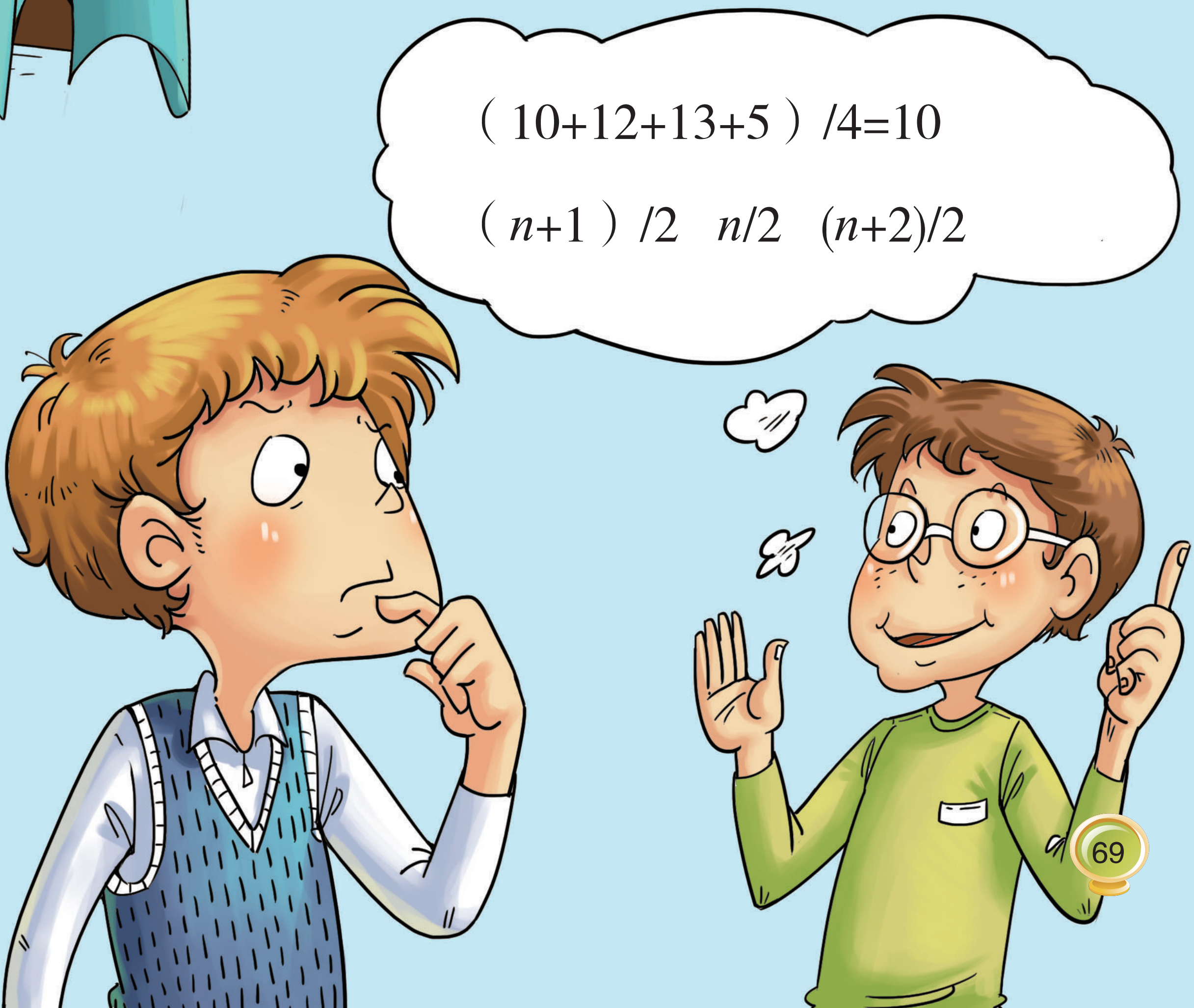
中位数：是一组数据按照从小到大的顺序排列，处于最中间位置的数字就是中位数。当所有数据的个数是奇数的时候，那就是（n+1）/2；当所有的数据的个数是偶数的时候，就是n/2和(n+2)/2这两个数的和除以2。举个例子吧，假如一组数据是3、5、7、8、9，那么它们的中位数就是7；假如一组数据是1、3、5、7、8、9，那么它们的中位数就是5和7的和除以2，即6。中位数一般用在排名次上，比如，看一个同学的成绩是不是处于班级的前半部

分，那就要看他的分数是不是在中位数之前了。

众数：在一组数据中，出现次数最多的那个数就是众数。众数可能不止一个。比如，在数据1、5、3、5、7、6、5中，出现次数最多的是5，因此这组数据的众数就是5；再举一个例子：12、13、12、14、13，这组数据中12和13出现的次数都是2次，都是最多次数，因此这组数据的众数就是12和13。众数主要是用来查看整体中大多数个体的情况。

了解了这三种数据，我们再回头看看对于两个班级的同学的成绩如何进行比较。为了方便大家理解、计算，我们假设每个班级有10名同学。

我们给出甲班同学的成绩：90、93、73、89、81、69、78、90、87、77。



甲班同学的平均分是82.7，中位数是84，众数是90。

再给出乙班同学的成绩：99、87、72、76、88、90、26、93、92、79。

乙班同学的平均分是80.2，中位数是87.5。

你们可以发现从平均数来看甲班同学的平均成绩比较高，而从中位数和众数来看乙班同学成绩优秀的似乎更多。那么，到底哪个班级的同学成绩更突出呢？我们再仔细观察两个班级同学成绩的数据，你会看到乙班同学中有一个学生得了26分，远远低于大家的成绩，这个数据我们就可以称作成绩的极小值。如果排除了这个极小值，那么乙班的总体平均分比甲班还要好。

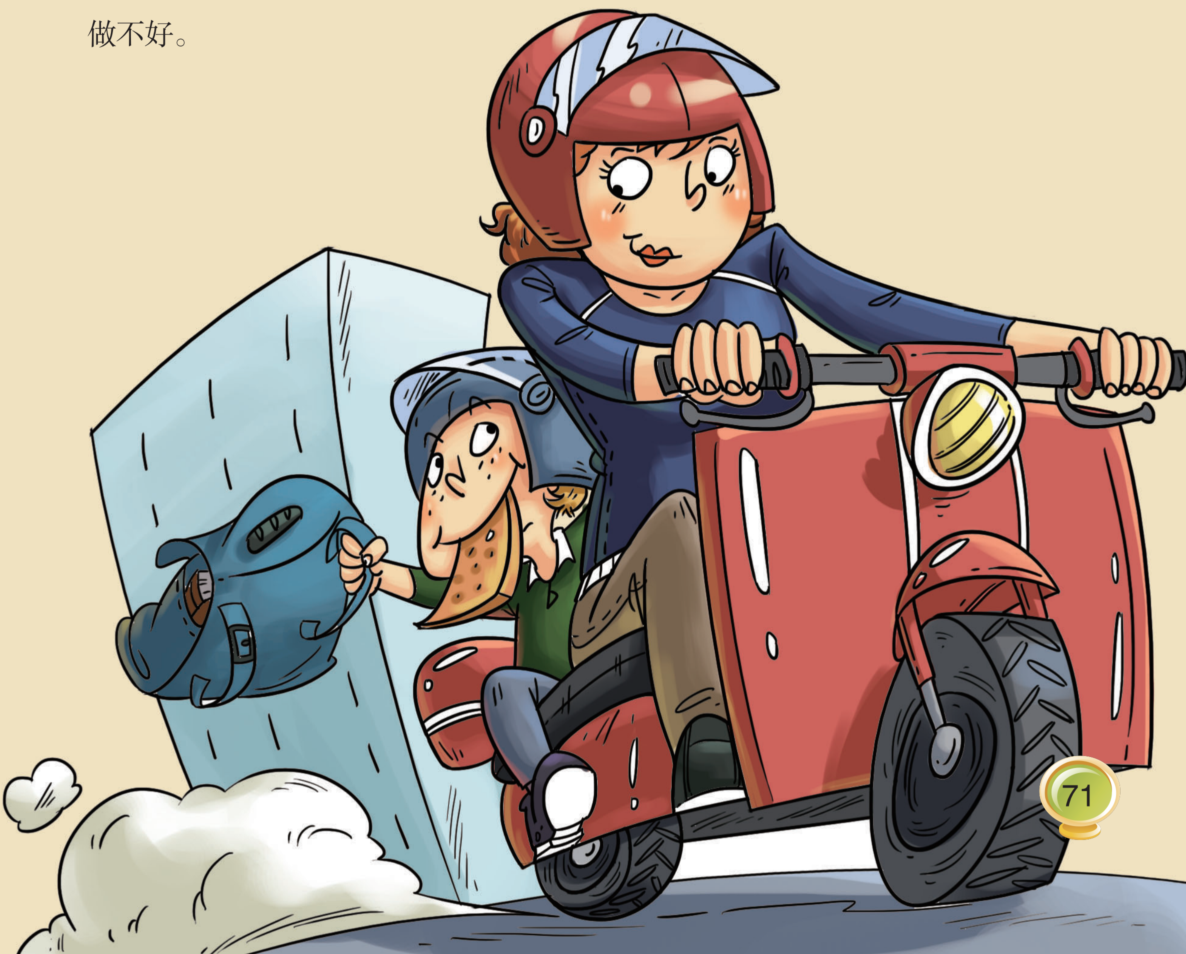
其实，不管哪个班级的成绩好，大家都要努力学习超越自己。学习了平均数、中位数、众数，相信你们就能读懂新闻中的很多数据了。快去实践吧。

第19章

高效利用时间

有的妈妈每一天都是这样开始的：早上起床之后，忙乱中进行穿衣服、洗漱、做饭、帮助孩子收拾书包、吃饭等活动，再经过一番风驰电掣般的赶路终于把孩子送到了学校。

你们是不是觉得这样的妈妈真的是很辛苦呢？那么怎样才能帮助这样的妈妈减轻负担呢？是帮助妈妈做家务还是有更好的办法？当然是有更好的办法才能真正地帮助妈妈，因为有的家务你们还做不好。



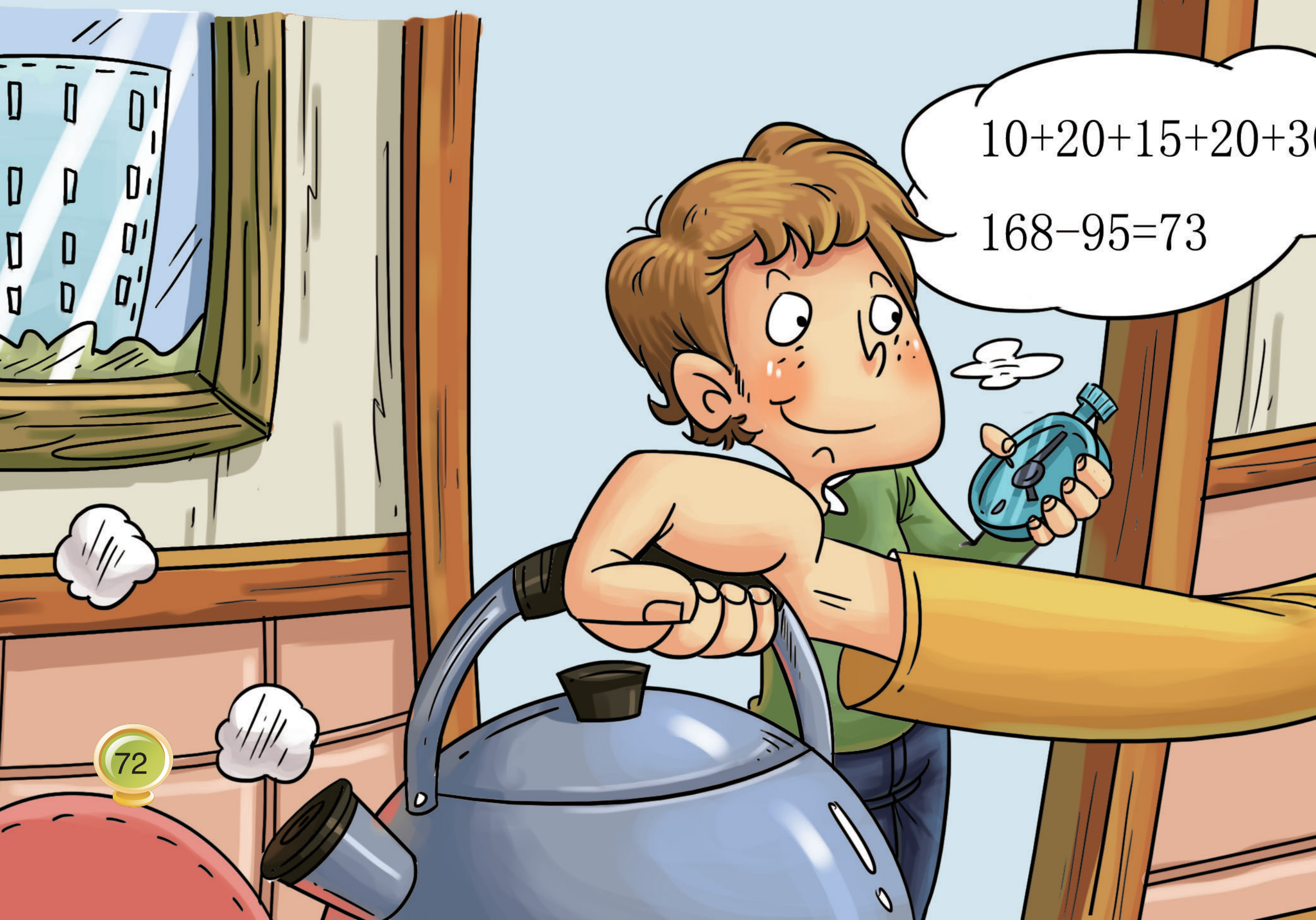
那么，用什么办法才能帮助妈妈有一个高效的早晨呢？那就是统筹规划。所谓统筹，从表层来看，就是统一筹划的意思。这是一个数学方法，目的是把要做的事情进行合理的安排以节约时间。

运用统筹规划的方法做事情，其过程一般包括四个步骤，即：列出所有要做的事情和相应耗费的时间——把可以留出空当的时间充分地利用起来——按照最短时间进行计划——实施。

我们来看一位小朋友帮助妈妈依次列出的早晨家务清单：

起床穿衣10分钟，洗漱15分钟，烧开水5分钟，煮鸡蛋15分钟，煮粥20分钟，调制牛奶3分钟，帮助小朋友整理书包5分钟，安排小朋友吃饭20分钟，送小朋友上学往返30分钟，回到家洗衣服25分钟，最后出门上班。

共用去时间168分钟，将近3个小时。妈妈上班时间是8:30，按照这样的时间计算，妈妈必须在早上不到6点钟就得起床。真是一个漫长的早晨啊……

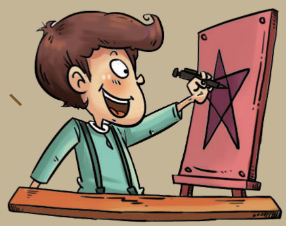


下面我们运用统筹规划的方法帮助这位妈妈来完成一个高效的早晨吧。

1.起床穿衣10分钟；2.煮粥20分钟：把粥放入锅中大概3分钟，然后洗漱15分钟，再用2分钟把煮好的粥盛出来；3.煮鸡蛋15分钟：同时进行烧水，调制牛奶，帮助小朋友整理书包；4.安排小朋友吃饭20分钟；5.送小朋友上学30分钟：出门前把衣服放到洗衣机里，回来的时候再晾起来。

我们来算算这样仔细经过统筹规划后用了多少时间：10+20+15+20+30=95（分钟）。哇，你是不是很惊讶，足足节约了168−95=73（分钟）。妈妈再也不用起那么早了，只需要6:50起床就有足够的时间安排一切了。

这个统筹规划不仅可以用于早晨，也可以用于其他时间、处理其他事物上面。



第20章

植树问题

春夏季节，天气温暖，花团锦簇，树木都是生机勃勃的。特别是在炎炎夏日，街道两旁的大树伸出宽大的手臂为我们提供阴凉。整齐的两排树木在街道两旁站立，你们知道市政绿化部门是怎样确定一条街道两旁需要多少棵大树的吗？

是根据点和点之间的间距来计算的，植树问题因此变得简单而高效。在一定的线路上，根据总路程、间隔长度和棵数进行植树，为了方便计算，数

学家总结了以下三个公式：

单边植树 =距离 ÷ 间隔+1=棵数

双边植树 =（ 距离 ÷ 间隔 +1 ）× 2=棵数

只栽一边的循环植树= 棵数等于间隔

但是，为了让你们更为直观地理解，我们有必要弄清楚树木与树木之间空隙的关系。

先来讨论一个简单的问题：3棵树，每两棵树之间放1个苹果，一共能放几个苹果？很简单，是2个苹果。第一棵树和第二棵树之间是1个间隔，我们就在第一棵树后面放1个苹果；第二棵树和第三棵树之间是1个间隔，我们就在第二棵树后面放1个苹果；第三棵树后面放不放苹果呢？因为第三棵树后面没有间隔了，所以不放苹果。

那么也就是说如果一条街道长100米，每隔2米种一棵大树就是说大树与大树之间的距离是2米，也就是说树木之间的空隙是2米。那么100米有几个2米的空隙呢？50个。那么50个空隙应该种几棵大树呢？想一想，3棵树之间能放2个苹果，也就是说2个空隙种3棵树；3个空隙种4棵树……50个空隙种50+1棵树，一共种51棵树。

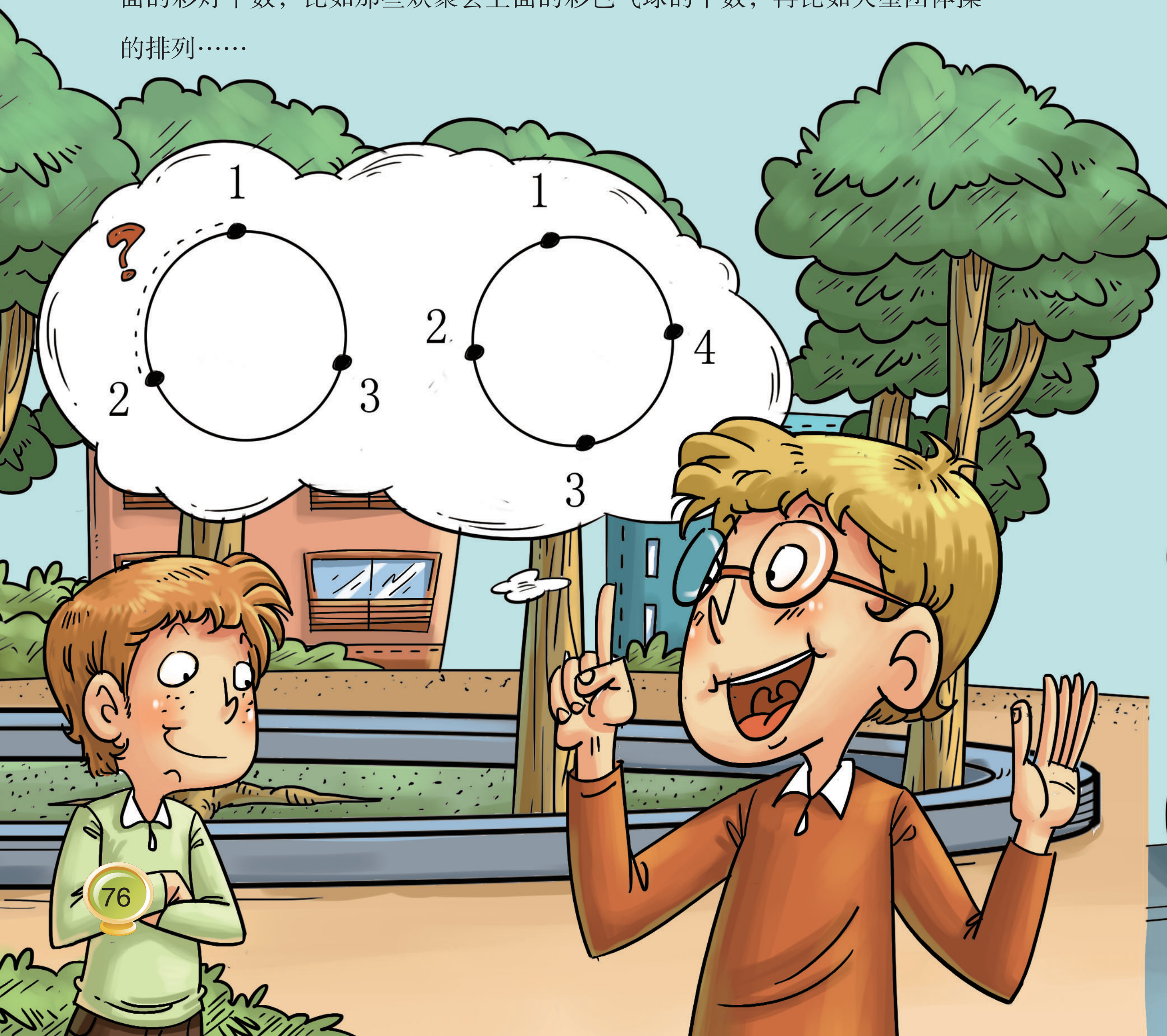
怎么样，现在你们明白了吧。市政绿化人员只要知道街道的长度，再计算好不同品种的树需要的空隙是多大，然后用路的长度除以空隙，得到的结果加一就可以计算得出一条街道一边需要种植的树木棵树了。再用这个数字乘以2就是街道两边需要的树木棵树。

有的小朋友想象力特别丰富，他联想到如果是一个圆形的操场需要围绕着栽树，需要栽多少棵呢？这也很好办。

为了让大家更直观地明白，还是由浅入深地学习。首先你们动手在纸上

画一个圆圈，再在圆圈中点三个点。你们发现了什么？三个点，三个空隙；再画一个圆圈，再在圆圈中点四个点。你们发现了什么？四个点，四个空隙。对，就是这样的，如果我们要在圆形的或者封闭的环形里面植树，我们计算好这个圆形或者封闭环形的周长，再用周长除以树木之间的间距，得到的数值是多少就是需要栽种多少棵树。

现在你们再去仔细理解本章上面的三个公式，是不是觉得很简单了呢？其实，学会了这些方法，我们还可以用来装饰自己的房间，比如那些房子上面的彩灯个数，比如那些欢聚会上面的彩色气球的个数，再比如大型团体操的排列……



第21章

商用条形码的奥秘

你们注意到了吗？几乎每件商品都有自己的条形码，当你们到超市或者商场购物时，收银台的服务员会拿出一个能够发出红光的扫描器，对着商品后面的条形码进行扫描，然后商品的价格就会清清楚楚地显示在屏幕上。

条形码可以帮助商场快速地识别商品信息，可以帮助大家快速地结账付

款。在重大考试的时候，试卷上方也会有贴条形码的地方。可见，条形码已经是我们生活中的一部分了。

可是，你们对条形码的了解到底有多少呢？本章我们来探究一下这个生活中常见的条形码。条形码是由美国人在1949年首先提出的，如图,该条形码中前8位数是厂商识别代码，接着的4位数是商品项目代码，是各个厂家根据不同产品进行的编号。最后1位是校验码，它是由前12位数按一定公式计算得出的。通用商品条形码一般由前缀部分、制造厂商代码、商品代码和校验码组成。

为什么条形码的应用会如此广泛呢？那是因为0、1、2、3、4、5、6、7、8、9可以自由组合排序，并且排列组合的种类很多，而且数字组合后携带的信息量很大。

条形码应用数学中的排列组合原理，以条空的不同组合方式代表不同的数字，但不是任意地排列组合，而要有一定的规则，去掉其中不合规则的排列。以常见的商品条形码为例，每一个数字用两条两空来表示，每一个条或一个空可以由1～4个固定宽度的单元构成。一个单元的条用1表示，一个单元的空用0表示。

条形码虽然是生活中的大帮手，但是条形码的功劳还是得归功于数学中的排列组合原理。

排列组合是组合学最基本的概念。数字排列，就是指从给定个数的数字中取出指定个数的数字进行排序。数字组合则是指从给定个数的数字中仅仅取出指定个数的数字，不考虑排序。数字排列组合的中心问题是研究给定要求的排列和组合可能出现的情况总数。

比如，我们给定1、2、3这三个数字，那么一共可能的结果就有6种：

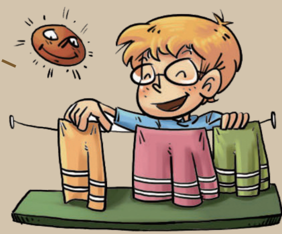
1、2、3；1、3、2；2、3、1；2、1、3；3、1、2；3、2、1。给定的数字越多出现排列组合的情况总数就越多。

关于排列组合的计算公式，是有些复杂，不是一朝一夕就能掌握的。你们将在高中阶段具体学习排列组合的计算方法。我们这里给大家引入，如果你们对排列组合感兴趣的话可以自己查找资料学习相关知识。

好了，既然数字排列组合起来种类很多，那么除了条形码以外还有哪些地方能用到呢？这可是考验大家对生活的观察力了。比如，城市交通道路的设计，学校课表的排课，商品的陈列等方面都会有涉及排列组合的应用。

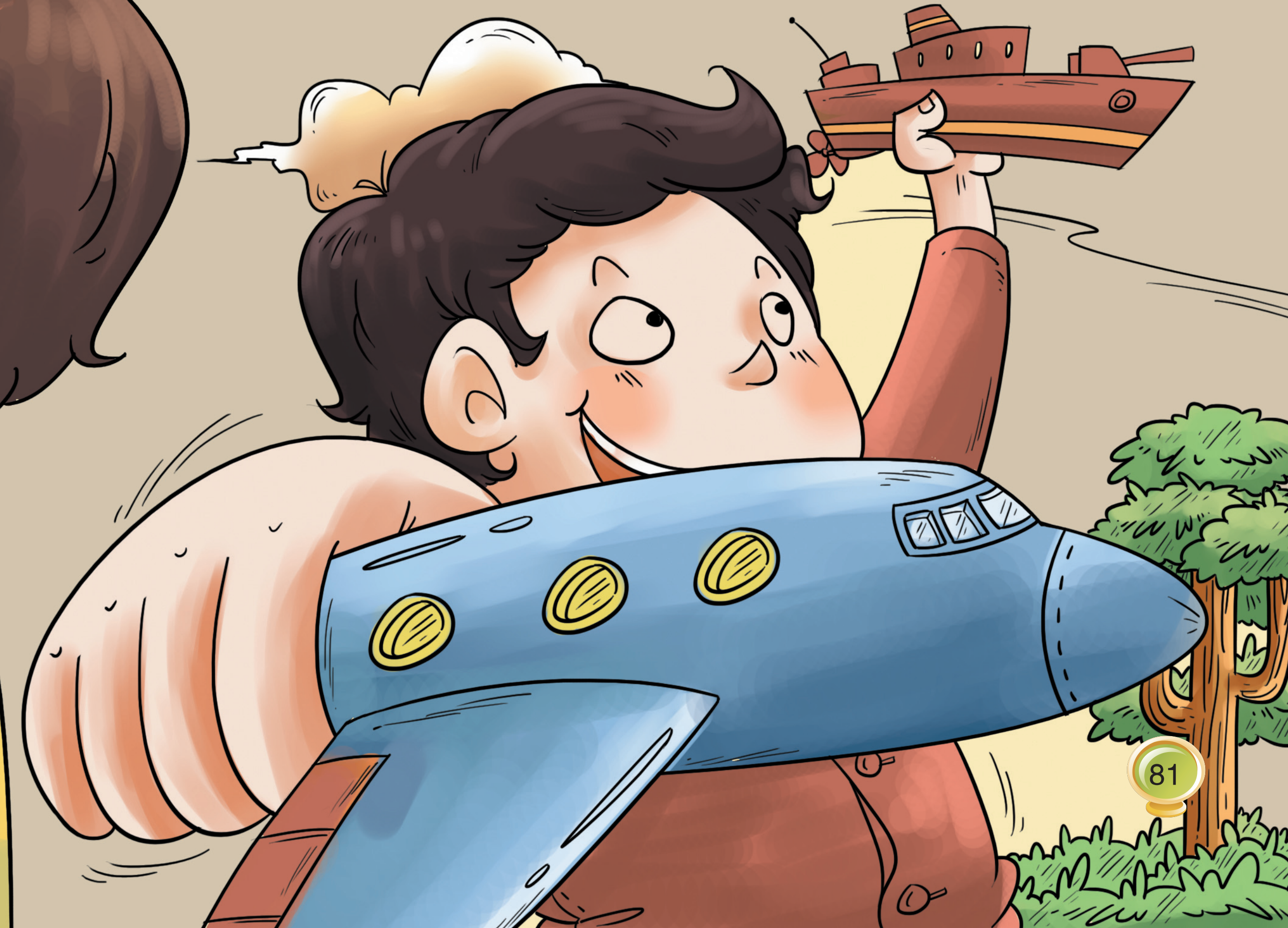
第22章

设计模型



小孩们都喜欢玩各种各样的模型玩具，比如，飞机模型、海军战舰模型，还有火车模型、小汽车模型。大人们的世界呢，也需要借助模型来方便生活，比如：通过模型来研究火箭的构造；通过模型来观察整个楼盘的布局；通过模型来模拟实际中比较大的场景；等等。总之，模型的存在大大方便了人们的生活。

你们知道如何设计模型才能使得模型那么逼真吗？是借助三视图来绘画



出原始物体的各个面，然后确定模型的构造的。在比较大型的软件里，往往还需要设计出物体的各个面才行。今天咱们就学习一个简单模型制造方法，来设计一个小狗的窝。很多同学应该会对这个感兴趣吧！

在设计之前，我们还是要先讲解一些关于三视图的知识来丰富大家的大脑。

三视图是观测者通过分别从上面、左面、正面三个不同角度观察同一个空间几何体而画出的图形。

咱们可以这样去理解，将你们的视线看作是平行的光线，然后正对着物体去看，将所看到的物体的轮廓绘制出来该图形就称为视图。

一个物体一般能画出六个视图：从物体的前面向后面看所得的视图称

为主视图或者正视图，反映的是物体的前面形状；从物体的上面向下面看所得的视图称俯视图，反映的是物体的上面形状；从物体的左面向右面看所得的视图称左视图或者侧视图，反映的是物体的左面形状；而其他三个视图不是很常用。

总的来说三视图就是主视图（或正视图）、俯视图、左视图（或侧视图）的总称。运用这些知识，我们来画出以下图形中的三视图：

这个小建筑是比较简单的建筑，我们可以画出这个小屋的前面、侧面、后面。画好的图形如下：

之后把这三个图组合在计算机里面（过程要由专业人员，用CAD软件

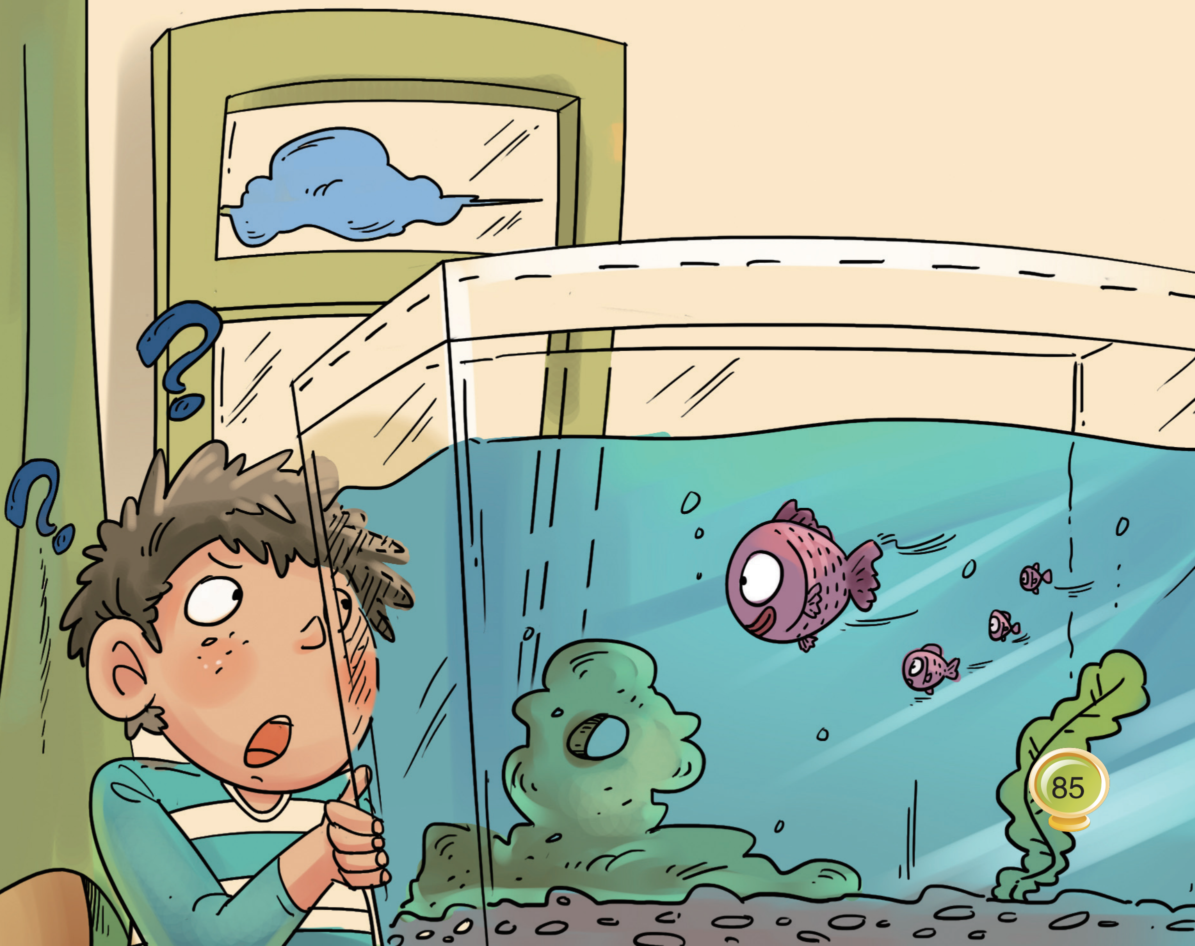
来操作），就能自动组合出小狗窝的立体图像了。当然我们也可以运用纸板、剪刀、胶水来自己动手裁剪图形，组合成小狗窝的模型。

不管怎样，有了三视图，制作模型的时候就更直观、更简单了。当然啦，还要再强调一下三视图的尺寸，要与实际的物体成比例，也就是边长要么就是原来物体的几倍，要么就是原来的几分之一。通过三视图，不仅可以使设计人员能够清楚明白地表达他的设计，也可以让其他人能看明白设计师画的是什么建筑。

第23章

家有宠物

现代社会生活节奏快，很多家长都没有太多时间陪着孩子，有的家庭会给小孩买一些宠物，如小猫、小狗、兔子、金鱼之类的。这些宠物给小孩子带来了无限的欢乐，同时也带来了无限的思考。特别是养鱼的家庭，过一段时间就会发现，家里的鱼缸里本来都是大鱼的，不知道什么时候多了很多很小的鱼苗。有经验的人会把一部分小鱼苗分离出来，而有些人不知道要分离出来，导致鱼缸里面“鱼满为患”。



其实宠物生小宝宝也是很有趣的数学问题，像意大利大数学家斐波那契就研究过兔子生小宝宝的问题，还因此研究出了斐波那契数列。什么是斐波那契数列呢？

首先我们要知道什么是数列：数列就是按照一定顺序排列的数字。接下来，我们先来建造一个数学模型。

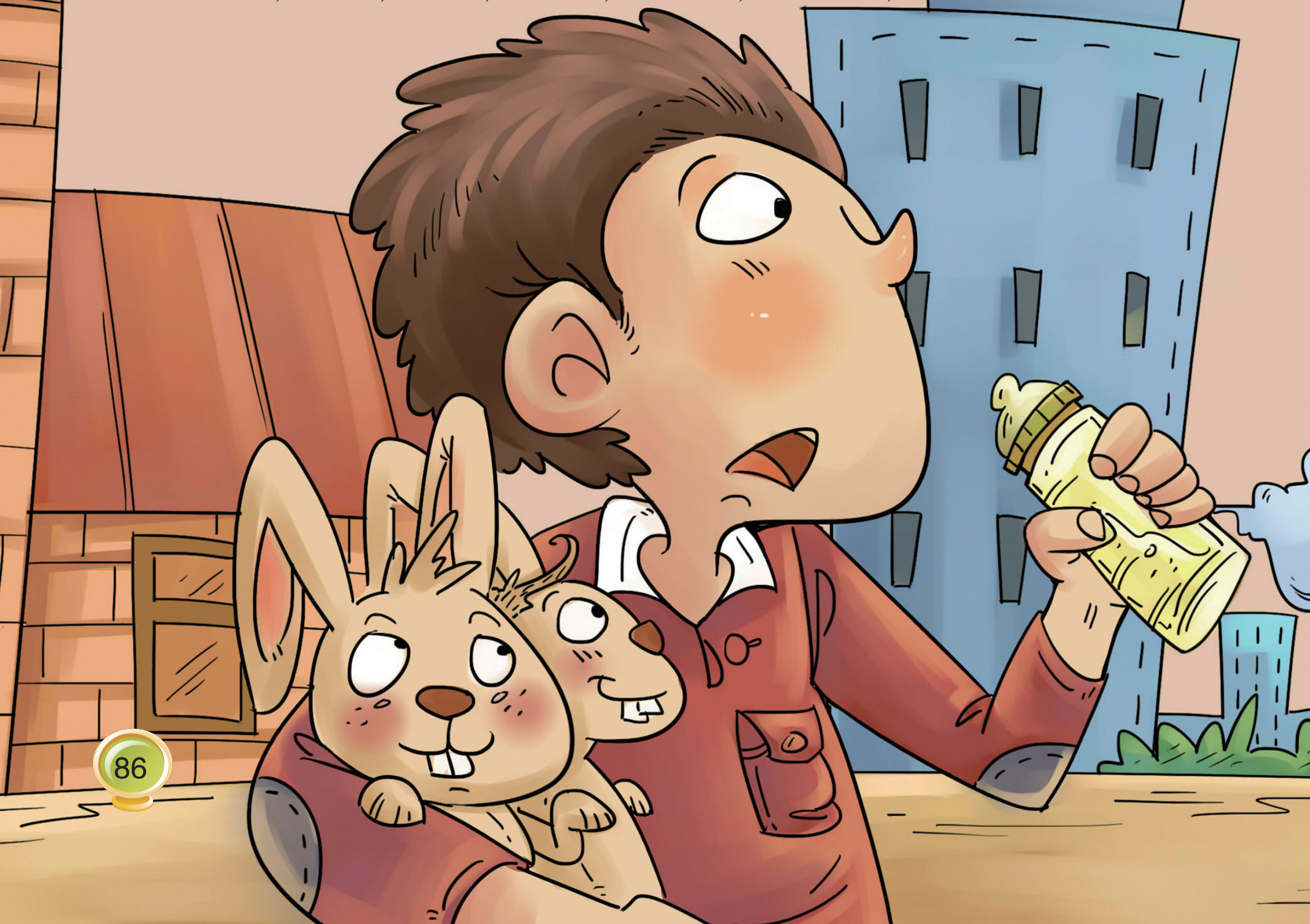
假设每一对新生的小兔子一个月后便会长大，且每一个月都生一对小兔子。已知每次新生的一对兔子都是一雄一雌，而所有兔子都没有死去，且隔代的兔子不会互相交配。若现有一对小兔子，问一年后兔子共有多少对呢？

由列表可知一年后兔子的总数为233对。

看表中兔子的总对数：

1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233

1+2=3；2+3=5；3+5=8；5+8=13；8+13=21；13+21=34；



21+34=55；34+55=89；55+89=144；89+144=233

像这样一个数列，首两项等于 1，而从第三项起，每一项是其前两项之和，则称该数列为斐波那契数列。

关于斐波那契数列有很多衍生的有趣现象：

连续 10 个斐波那契数之和，必定等于第 7 个数的 11 倍。

现在大家计算一下：1、2、3、5、8、13、21、34、55、89这10个数的和是多少？我们可以根据上面那个窍门来计算，由于这组数的第7个数是21，它们的和是21的11倍，所以21 × 11 = 231，这10个数的和是231。

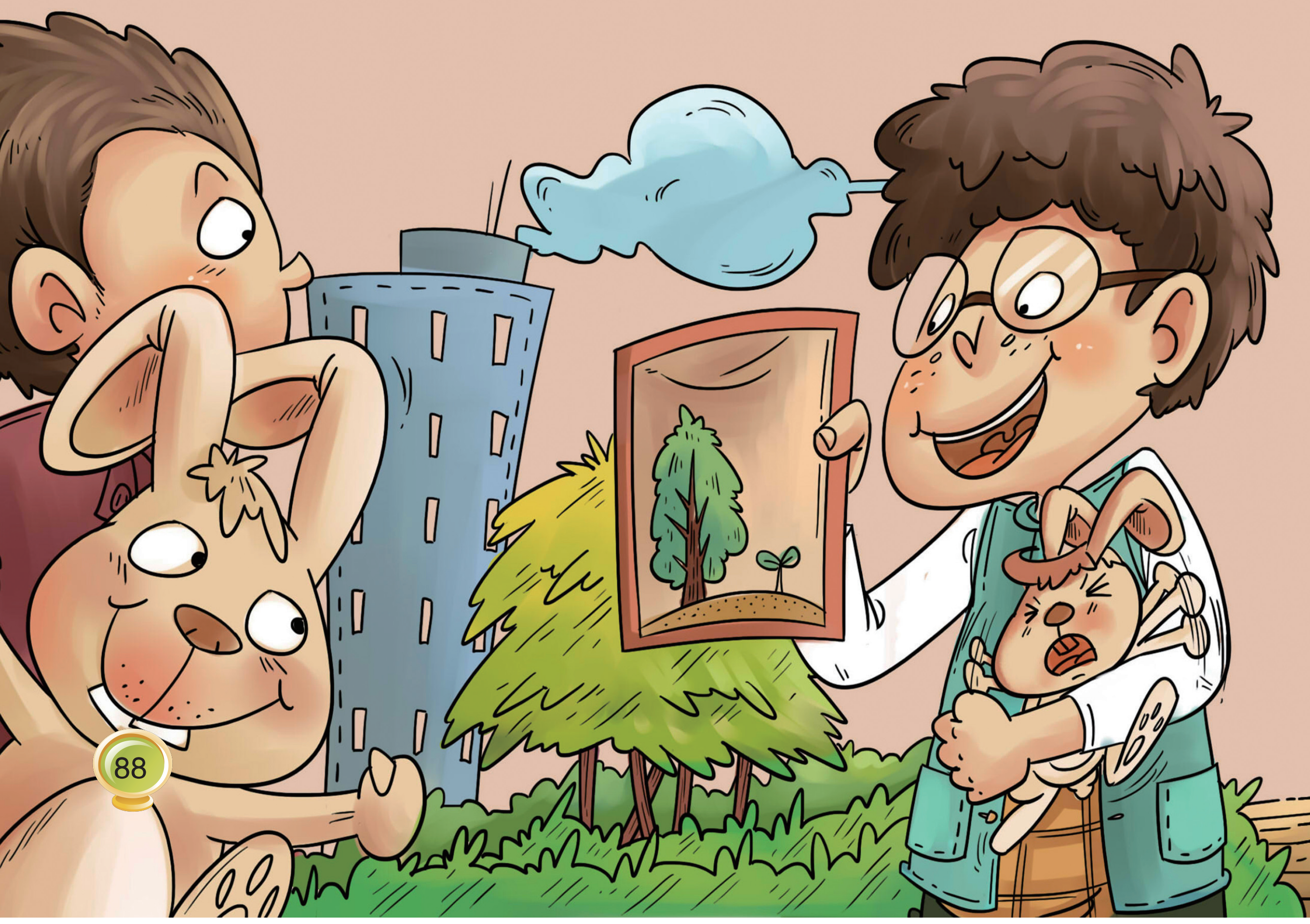
还有的数学家发现关于斐波那契数列的其他特性。例如：1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 , 89 , 144 , ……第 3、第 6、第 9、第 12 项的数字，能够被 2 整除。

斐波那契数列在自然科学的某些分支体系中，有许多的应用。最典型的是，树木生长的时候，新生的枝条通常都需要一段时间的“休眠”，储备自身生长的营养，然后才能顺利地萌发新枝。

所以，一株树苗往往间隔一年以后才能再长出一条新枝；第二年新枝“休眠”，老枝萌发；接下来，老枝与“休眠”过一年的树枝同时发芽，当年生的新枝则继续“休眠”。就这样，一株树木各个年份的枝数排列起来，居然符合斐波那契数列的特点。

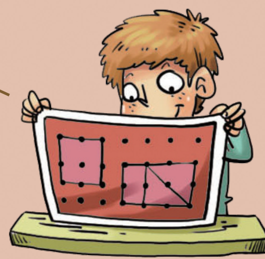
生物学上把这个规律定义为著名的“鲁德维格定律”。

大自然中还有很多现象都符合斐波那契数列的特点，比如，一些花的花瓣数，虽然它们不懂得这个数列，但是自然生长的需求造就了这个巧合，同时也说明生物的生长规律是有迹可循的。



第24章

喝牛奶



早餐的时候，一杯牛奶是必不可少的。如果喝完半杯牛奶的时候，加满水；再喝完半杯的时候，再加满水。这样喝，一共喝了多少呢？其实，这就是浓度问题。

什么是浓度？通俗地说浓度指某种物质在总量中所占的分量。通常一种物质能够溶解在另一种物质里，如糖可以溶解在水中，牛奶可以溶解在水中，一种油可以溶解在另一种化学试剂中。一种物质溶解到另一种物质里，

形成均匀、相对稳定的混合物，这种混合物通常叫做溶液。我们把前一种物质叫溶质，后一种物质叫溶剂。

浓度是生活中常见常用的数学问题，如溶液的稀释与蒸发，溶液的混合配制等，在解答浓度问题时，要掌握以下数量关系，和始终抓住变化中的不变量解题。

$$\text{浓度}=\frac{\text{浓度质量}}{\text{溶液质量}}\times 100\%=\text{溶液质量}+\text{溶剂质量}\times 100\%$$

$$\text{浓度质量}=\text{浓液质量}\times\text{浓度}$$

$$\text{溶液质量}=\text{溶质质量}\div\text{浓度}$$

$$\text{溶剂质量}=\text{溶液质量}\times(1-\text{浓度})$$

我们来看一道关于浓度问题的数学题：有浓度为30%的酒精若干，添加了一定数量的水后稀释成浓度为24%的酒精溶液。如果再加入同样多的水，那么酒精溶液的浓度变为多少？

在浓度为30%的酒精溶液中，溶质重量与溶液重量的比为30：100；

在浓度为24%的酒精溶液中，溶质重量与溶液重量的比为24：100。

注意到溶质的重量不变，且30：100＝120：400；24：100＝120：500。

所以若溶质的重量设为120份，则增加了500–400＝100（份）的水。若再加同样多的水，则溶质重量与溶液重量的比变为：120：（500+100）。

于是，此时酒精溶液的浓度为$\frac{120}{500+100}\times 100\% = 20\%$。

综上解析，最后酒精溶液的浓度为20%。

初步了解了浓度问题的解决方法，我们分析一下本节开头的那个问题：早餐的时候，一杯牛奶是必不可少的。如果喝完半杯牛奶的时候，加满水；再喝完半杯的时候，再加满水。一共喝了多少？

第一次喝完一半，那么实际上喝了50%的纯牛奶；


浓度=浓度质量/溶液质量×100%=溶液质量+溶剂质量×100%
浓度质量=浓液质量×浓度
溶液质量=溶质质量÷浓度
溶剂质量=溶液质量×（1-浓度）

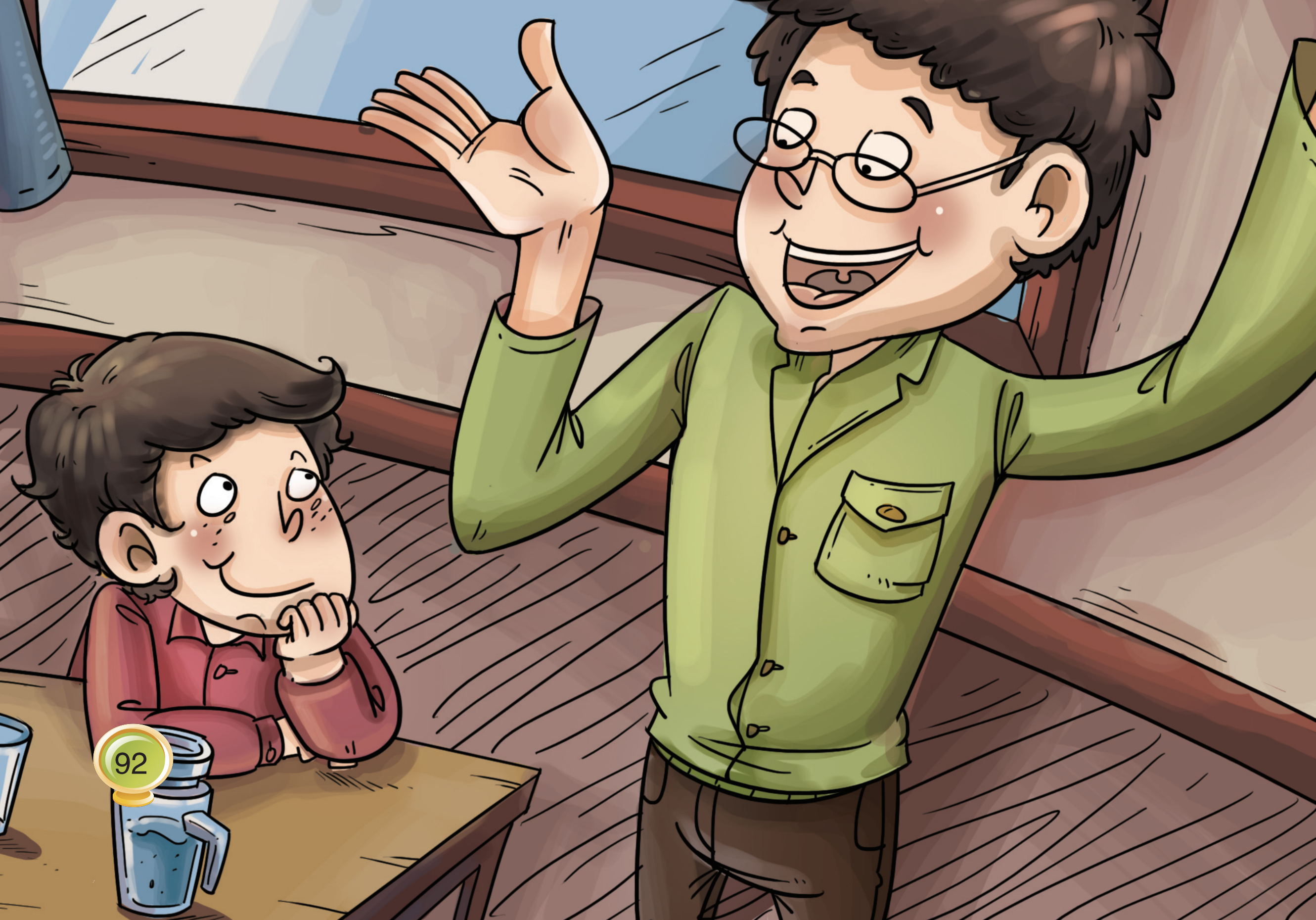
剩下一半的牛奶再加水，那么溶质占50%，再喝半杯，实际上喝下去的是半杯水的一半和半杯牛奶的一半，这样来说喝掉的牛奶是原来一杯的25%；如果依次循环，喝掉的牛奶加起来整好是一杯。

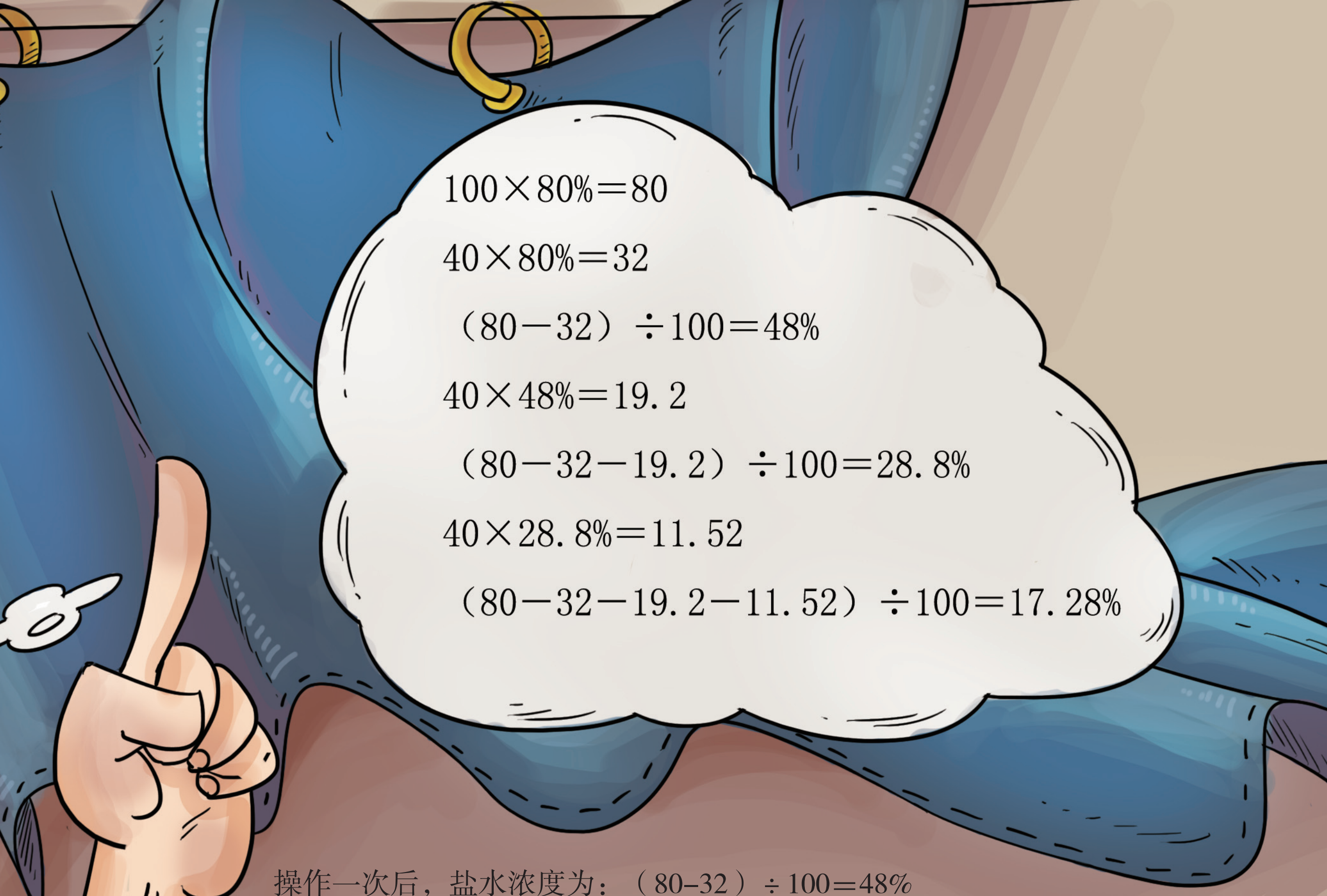
其实，做这道浓度问题，我们还可以有更简单的思维模式。因为题目要求喝掉了多少牛奶也就是喝了多少溶质。由于牛奶是溶质，牛奶始终没有再加入，不管后面添了几次水，最终要全部喝掉。那么溶质肯定被全部喝掉了，而且溶质牛奶就一杯。所以，喝掉了一杯牛奶。

我们再来看一道关于浓度的类似问题：从装满100克浓度为80%的盐水杯中倒出40克盐水，再用淡水将杯加满倒出40克盐水，然后再用淡水将杯加满，如此反复三次后，杯中盐水的浓度是多少？

原来杯中含盐：$100 \times 80\% = 80$（克）

第一次倒出盐：$40 \times 80\% = 32$（克）





操作一次后，盐水浓度为：（80-32）÷100=48%

第二次倒出盐：40×48%=19.2（克）

操作两次后，盐水浓度为：（80-32-19.2）÷100=28.8%

第三次倒出盐：40×28.8%=11.52（克）

操作两次后，盐水浓度为：

（80-32-19.2-11.52）÷100=17.28%

所以，反复三次后，杯中盐水浓度为17.28%。

其实生活中有很多的情况都符合浓度问题的模型，比如，水果仓库运来含水量为90%的一种水果400千克。一周后再测，发现含水量降低为80%，现在这批水果的总重量是多少千克？将水果看成“溶液”，其中的水看成“溶质”，果看成“溶剂”，含水量看成“浓度”。这样就可以轻松求出总数了。再比如，家长炒菜，有时候咸了，是因为盐放多了，再加些水，那么浓度就降低了，也就不那么咸了。学会了浓度问题，我们将会在生活中发现更多实例。大家快去探索吧！

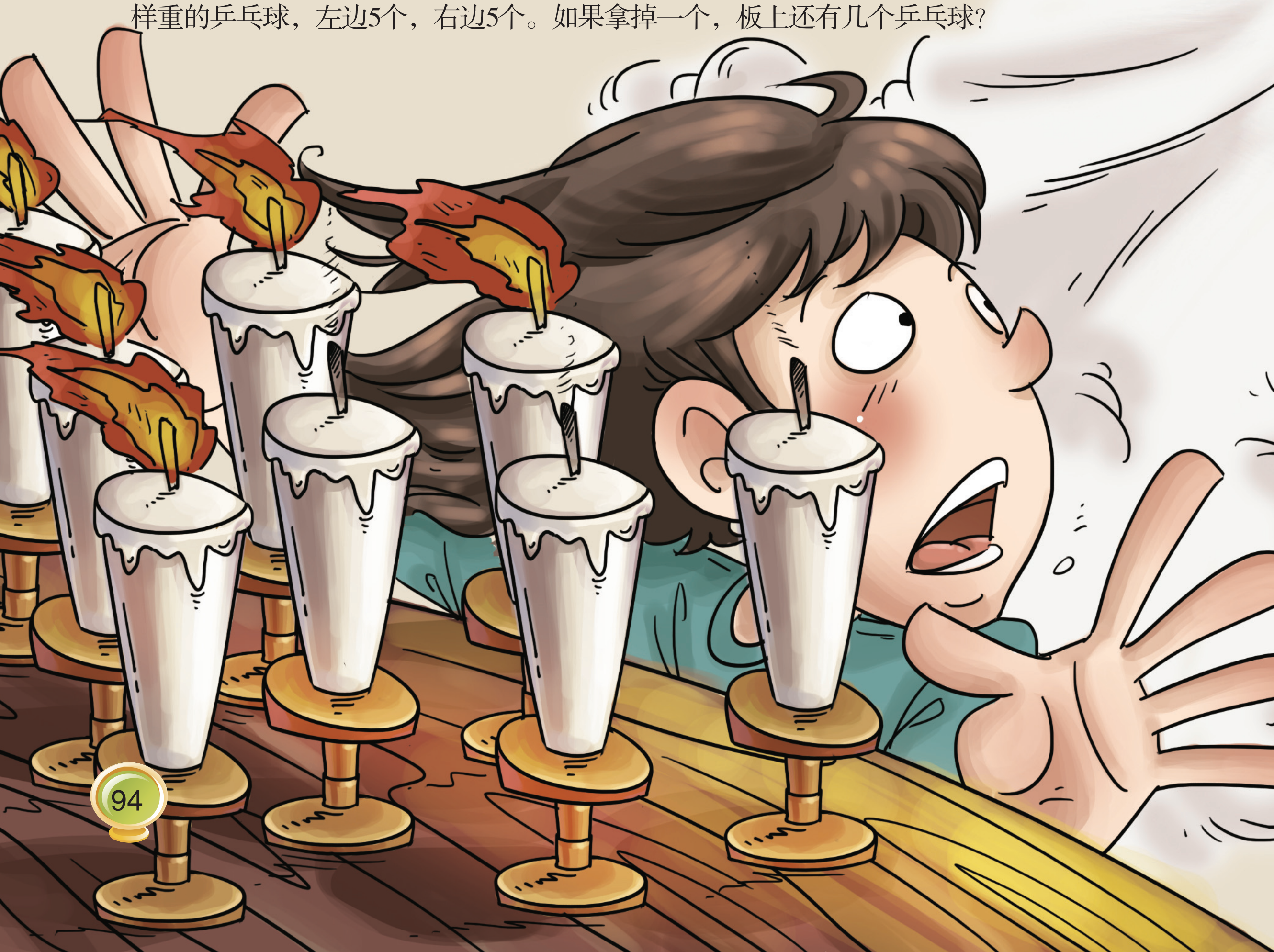
第25章

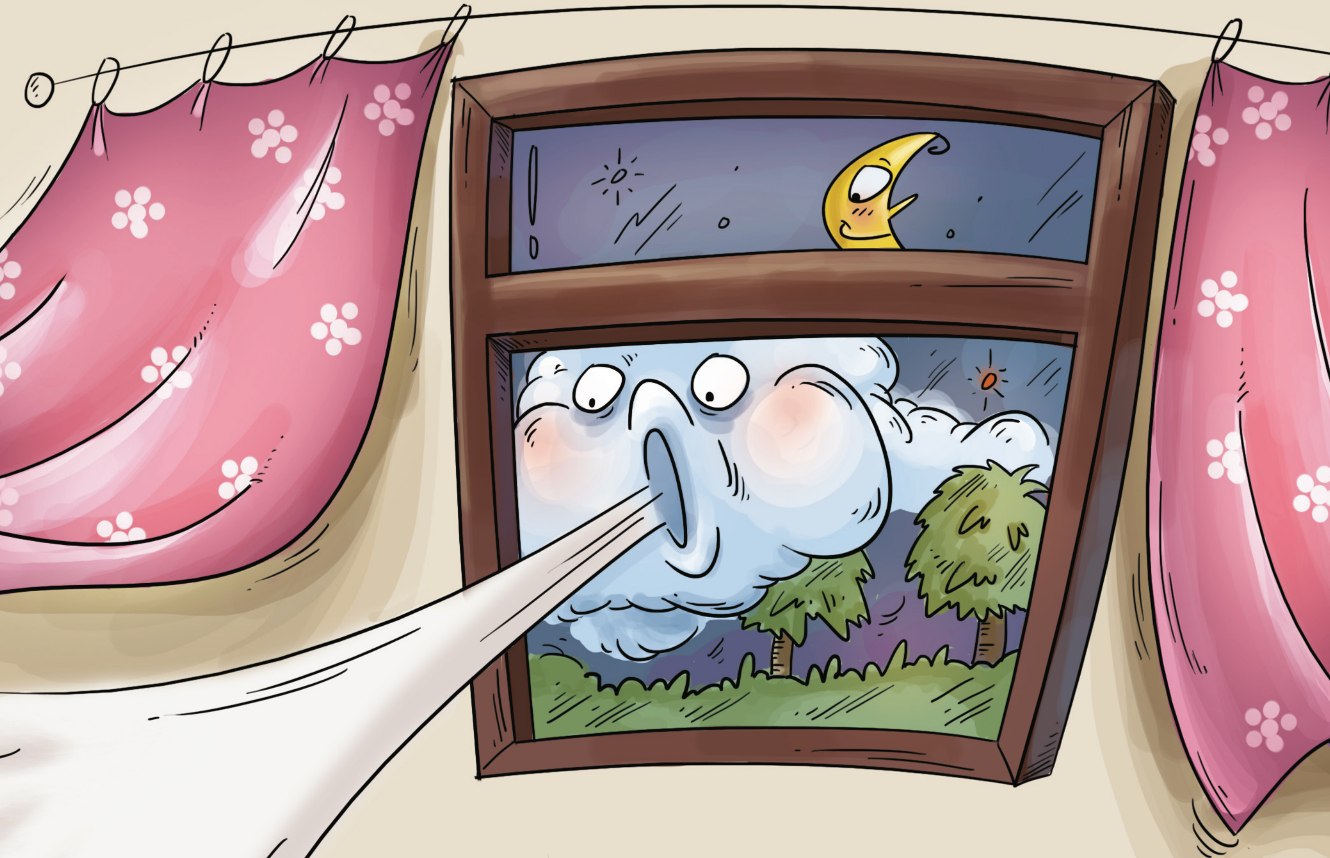
生活假象

在生活中有很多问题，和我们想象的不一样。要想知道那些奇怪的答案，就需要运用数学思维进行思考。

数学思维往往能纠正我们被事物表象所误导的逻辑。根据事情发生的原因和结果之间的联系进行判断是数学思维最基本的方法。

小朋友们，这儿有一个问题，你们试试能不能回答出来。天平板上有10个同样重的乒乓球，左边5个，右边5个。如果拿掉一个，板上还有几个乒乓球？





你们一定都以为是有9个吧，其实呢你们都错了。这个题目非常有趣，要联系我们的生活实际来思考，否则一不小心你就可能落入“圈套”。

正确的思考方式应该是这样的：首先观察事物的状态，球在天平上，天平的特点是左右两个托盘里的物品质量相当的时候能够保持平衡。当你们从中拿掉一个球时，天平还平衡吗？一边5个，另一边4个，显然就不平衡了。由于球是圆的，当天平板不平衡时，它们会沿着平滑的板全部滚下来，这样板上一个球也没有了。

现在你们利用事物状态变化来分析：晚上桌子上有8支点燃的蜡烛。风从窗户吹进来，吹灭了3支蜡烛，过了一会儿，又有一支蜡烛被吹灭。这时候赶紧把窗户关起来，就再没有蜡烛被吹灭了，那么你们猜猜第二天早上还剩几支蜡烛？

有的小朋友迫不及待地说：“哦我知道，还是8支呗。”你们说他说的

对吗？显然这位小朋友思考了蜡烛的存在，但是没有思考周全。题目说猜猜第二天早上的情况，这蜡烛经过一个晚上的燃烧之后会是什么状态呢？嗯，会燃烧掉。桌子上点燃的8支蜡烛，共有4支蜡烛被吹灭，其余4支会一直燃烧下去，直到燃尽为止。所以最后剩下的蜡烛就是被风吹灭的4支蜡烛。

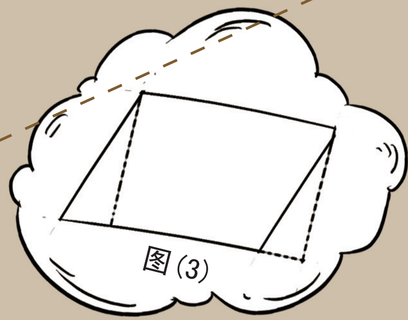
类似的生活常见现象还有很多呢？比如，你们猜猜这种情况：一只猫吃一只老鼠，用4分钟吃完；5只猫同时吃5只同样大小的老鼠，要几分钟吃完？

经过前两道题目的演练，已经有小朋友能够认真运用逻辑思维思考事物的状态了。因此，你们当中一定有人能回答出正确的答案：4分钟。由题目可知由于5只猫是同时吃，而不是吃完一只再吃一只，那么它们所用的时间就是吃一只老鼠的时间。一只猫吃一只老鼠，用4分钟吃完，5只猫同时吃5只同样大小的老鼠，也是4分钟吃完。

接下来，你们再大胆挑战一下：小强同学走进教室，看见教室里只有9名同学，那么现在教室里有几名同学？千万不要有人抢答有9名同学哦。

粗心的小朋友一看题目就回答教室里有9名同学，原因是没有好好审题，没有好好分析。应该着重思考“小强同学走进教室”之后教室里的状态：原来有9名同学，小强同学走进去之后教室里多了一个人。所以求现在教室里有几名同学，应把小强算上。9+1=10，现在教室里有10名同学。

用数学思维解决问题，重在把握事物开始和结束时的状态变化。通过仔细的分析，就不会出现假象。很多生活问题的答案，像本章的实例，答案都好像是特别的怪。但是仔细想想，都是正确的，而且是符合逻辑的。因此，只是我们的思维有时候太感性，应用数学思维解决问题就会理性地见怪不怪了。



第26章

神奇的格点纸

一天下午，小龙与身为机械学家的爸爸去科学文化用品商店买东西。爸爸买了一些格点纸。

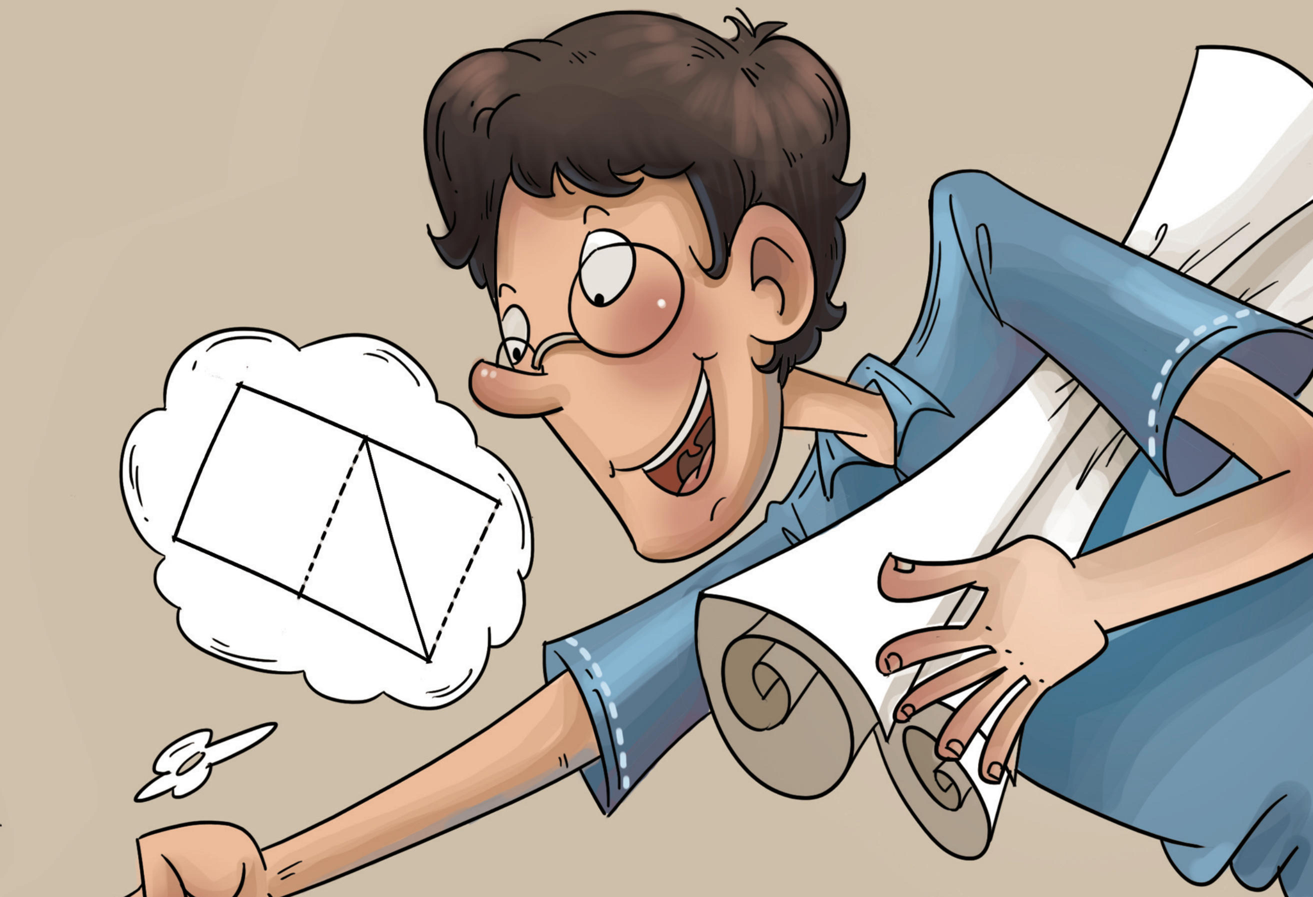
小龙问爸爸：“这些格点纸是用来做什么的？”

爸爸告诉小龙：“这些格点纸可以快速求出图形的面积啊！”

“那么我们平常学习的图形画在格点纸上也能快速地求出面积吗？”小龙好奇地问。

“当然可以了。”爸爸答道。

我们来看，在一张格点纸中，每四个离得最近的格点都是一



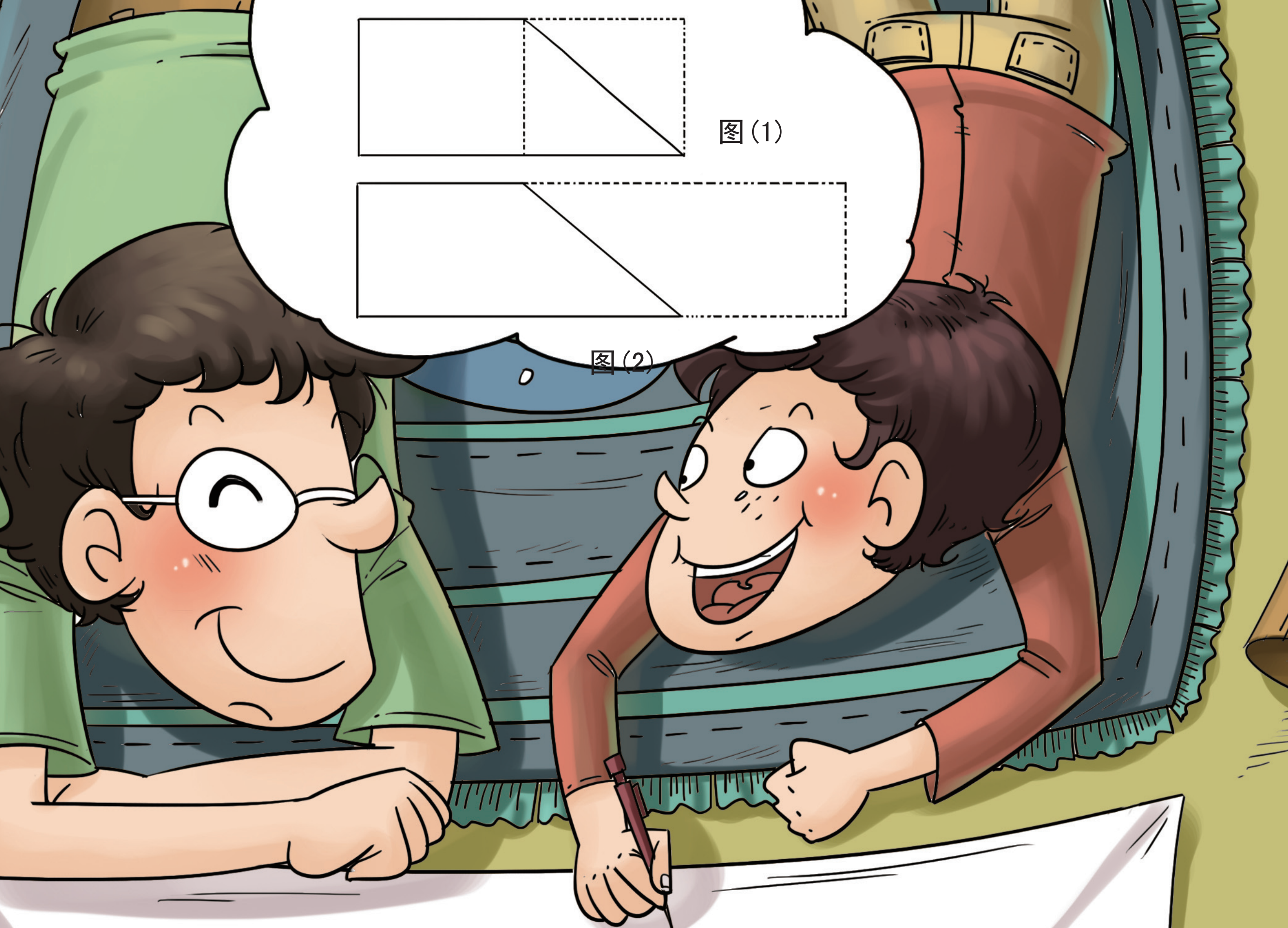
个小正方形，并且大小都相等，我们称它为一个面积单位。

下图是画在格点纸上的正方形、长方形、平行四边形和三角形。

我们来分析一下这几个图形：它们不仅都是规则的图形，而且它们的面积也可以运用公式求得，它们都是我们学习过的图形。要运用公式，首先要结合点与点计算出有关的边长和高。

图（1）是正方形，边长是2，它的面积是$2\times2=4$。图（2）是长方形，长是4，宽是2，它的面积是$4\times2=8$。图（3）是平行四边形，从平行四边形的左边移动一个直角三角形到右边，使得平行四边形变成一个长方形，所求的面积是$3\times2=6$。图（4）是三角形，将三角形扩展成一个长方形。三角形ABC的面积是长方形$AFBC$面积的一半，三角形ACD的面积是长方形$ACDE$面积的一半，所以三角形ABD的面积是（3×2）$\div2=6\div2=3$。

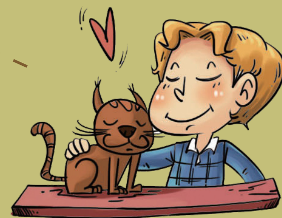
你们也许会说，这其实也没什么的嘛！是的，这只是个基础。但是，下



面这些图形运用格点纸求解起来那可是大有说头的。

你们可以利用格点纸的对称性，把一个不熟悉的图形转化为熟悉的图形来计算。由上图可以看出，图（1）可以分成两块：一块是长方形，另一块是一个三角形。把三角形对称地转化成一个小长方形，就与左边构成相等的图形了。这样我们只需要求出左边长方形的面积，再加上这个面积的一半就可以了。图（2）所求的图形面积就等于大长方形面积的一半。这样的算法是不是更快捷呢?

在行列间距都相等的格点图中，可以联结若干个小正方形面积单位，利用这些面积单位可以计算出很多图形的面积。如果是一个规则图形，可以运用公式直接计算面积。当所给图形是一个组合图形或不规则的图形时，我们要开动脑筋，将它分割成我们熟悉的基本图形。在计算每一个部分的面积时，要充分利用格点图的特点，准确地找出所需数据。



第27章

读懂钟表和日历

在日常生活中，我们几乎每天都离不开钟表、日历。钟表可以告诉我们时间，日历可以告诉我们日期。但是仅仅查看这些还是不够的，只有有了关于时间、日期的知识，有了认识、计算和掌握时间的经验，你们才能真正做到分析、解决时间问题。

我们当中很多人都已经学过了有关时间的基本知识，如年、月、日、时、分、秒，同时对星期、季度、世纪、闰年等也比较熟悉。但是有关时间的基本知识我们还需要再重温一下。比如：平年一年有 365天，闰年一年有366天；一天有24小时，1小时=60分，1分=60秒；1星期=7天；等等。

计算从某年（月、日）起到某年（月、日）共经过的天数，一般要连头带尾算，也就是经过的年数（天数）=结尾数-开始数+1。而计算年龄（周岁），一般用今年的年份数-出生的年份数。

对于涉及星期的问题，有时需要画出一张日历表帮助推算。要注意的是，连续的日期数、钟点数，不一定是连续的自然数。

好了，了解了这些知识，我们赶紧在生活中的时间问题上大显身手吧！你们算算从2012年8月16日到2013年3月8日共经过了多少天？可以把这些天分段如下：2012年8月16—31日；2012年9月—2013年2月；2013年3月1日—8日。第1段有： 31-16+1=16（天）；第2段有：30+31+30+31+31+29=182（天）；第3段有：8-1+1=8（天）。一共有：16+182+8=206（天）。

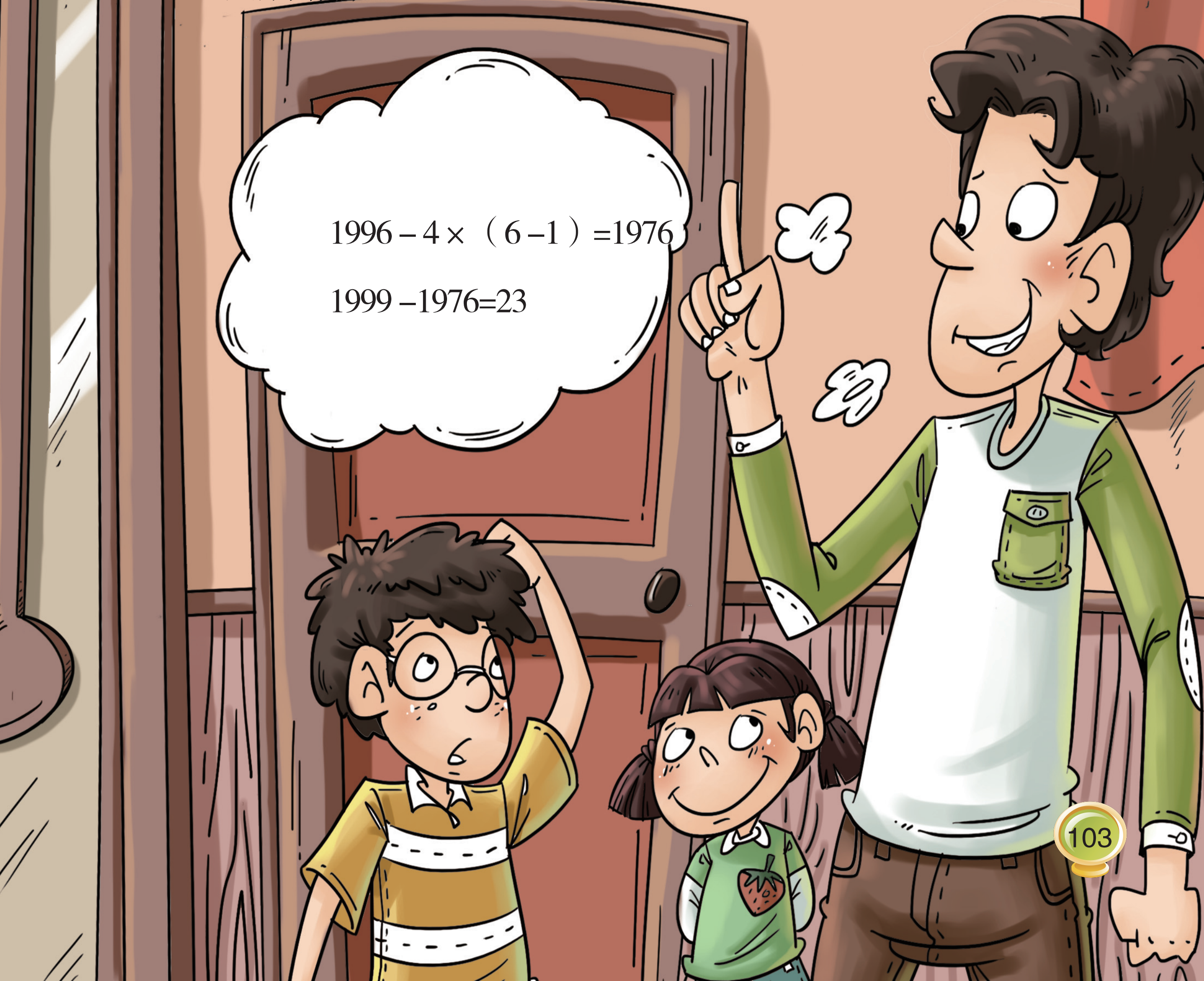
我们还可以利用时间知识来计算本月某日是星期几呢，比如昨天是9日，今天是星期三，29日是星期几？昨天是9日，今天就是10日（星期三），再过1个星期、2个星期、3个星期都是星期三。从10日再过19天就是29日，所以，要看19天中有多少个7天，还余几天。因为29-10=19（天），19=7×2+5（或19÷7=2……5），星期三再过5天就是星期一，因此29日是星期一。

现在，我们再来试着解决一个关于闰年的问题：小红的爸爸1999年已经20多岁了，可是他1996年才过第6个真正的生日。小红的爸爸出生在几月几日，1999年小红的爸爸几岁？

我们来分析一下，20多岁的人了才过了6次生日，说明他的生日不是

每年都有，或者说他的生日几年才出现一次。这个日子很特殊，只能是闰年的2月29日。在1996年前，还有1992，1988，1984，1980，1976……是闰年。因为小红的爸爸1996年过第6个生日，说明他生在1976年。因此，列算式：1996–4×（6–1）=1976。所以，小红的爸爸1999年的岁数是1999–1976=23（岁）

“哇，原来时间知识可以这样用。”有的小朋友不禁感慨。是的，很多考古学家就根据一些已经知道的条件，比如，某些元素的放射周期，某些已经知道的物品的年代，等等，来计算一些古董的年代。医学界也会根据这些知识来判断一个生命开始和结束的时间。我们今天所学习的知识虽然很浅，但是是为了将来学习更深奥的知识打下坚实的基础。加油哦！明天属于你们！

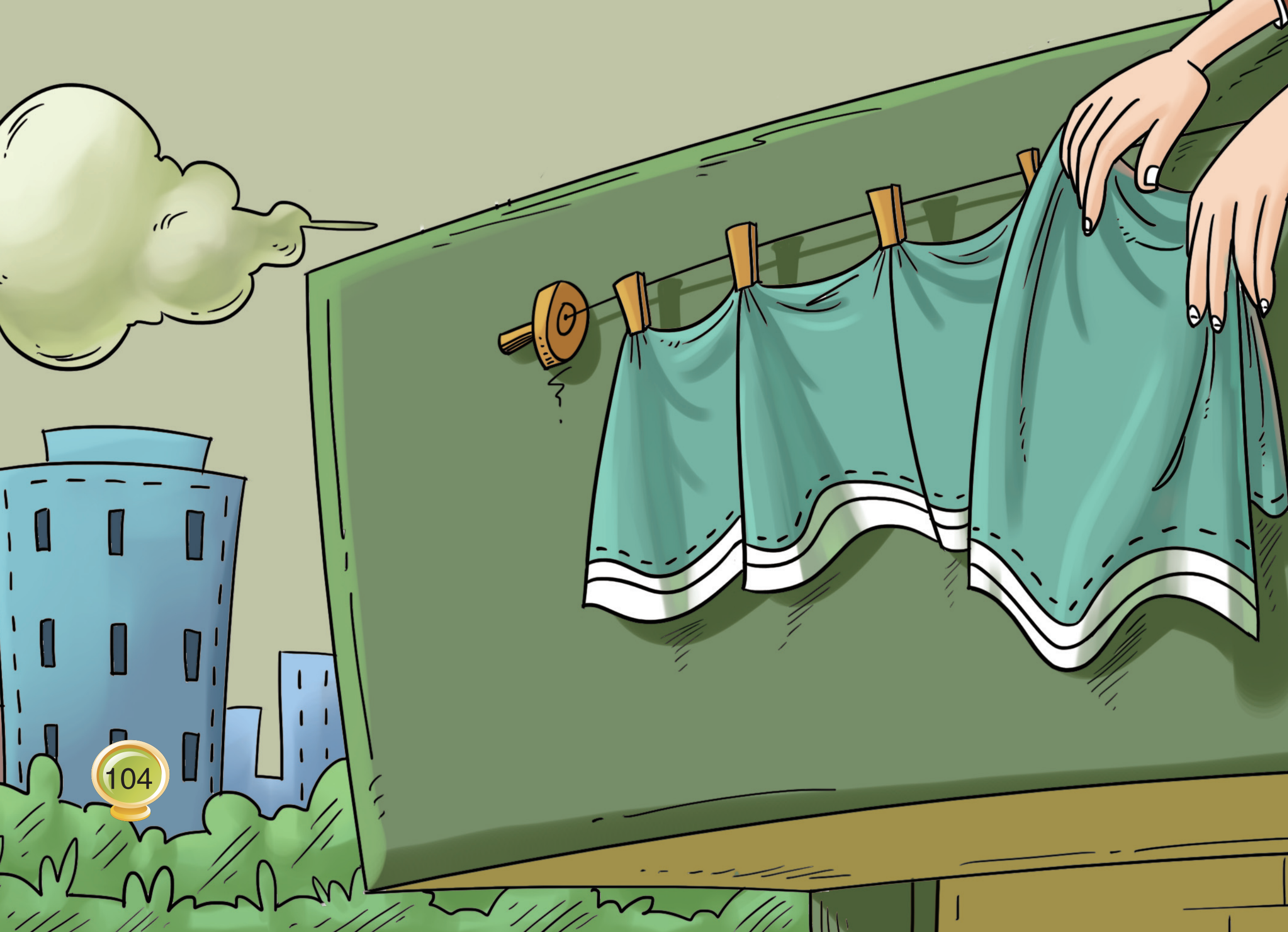


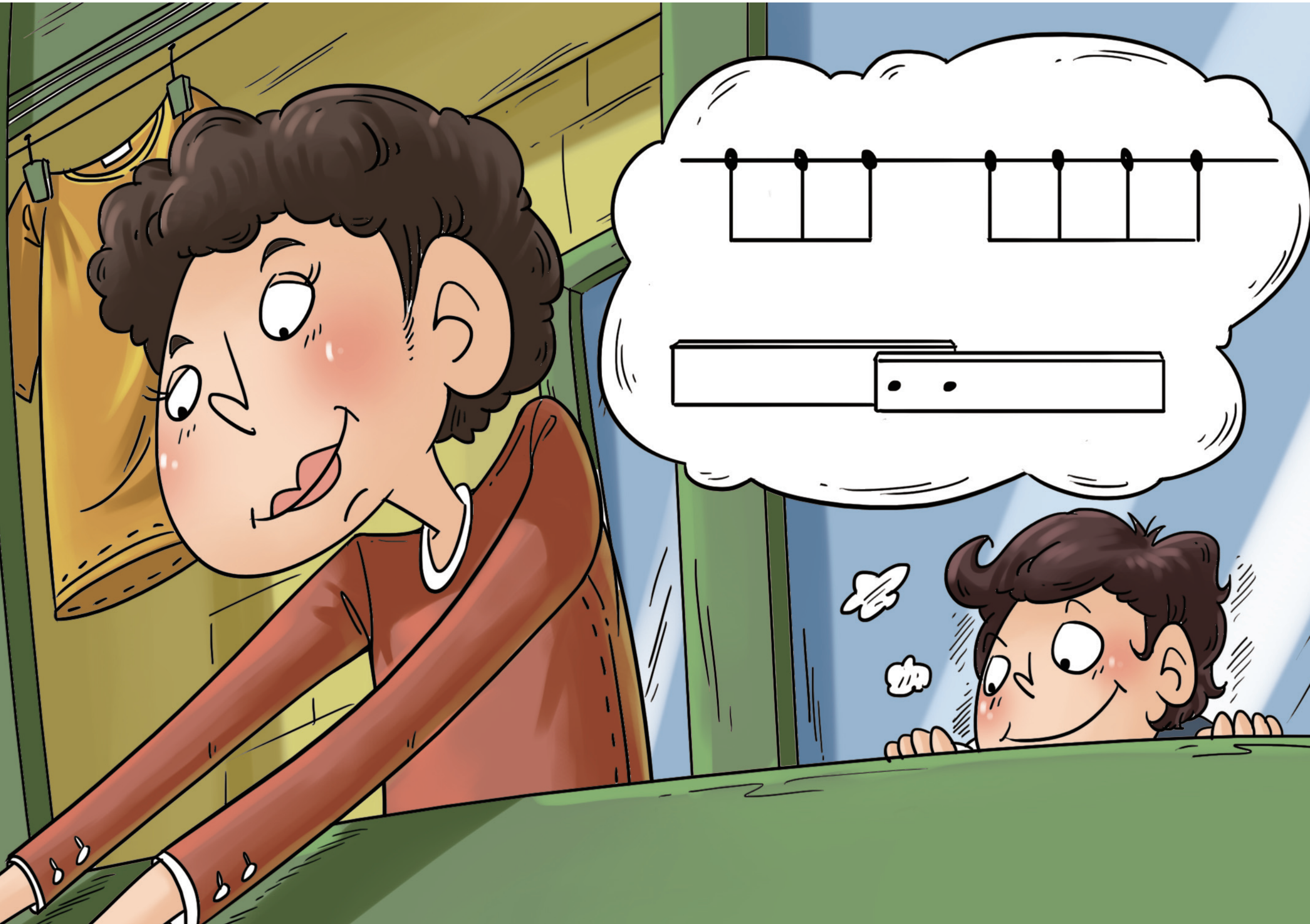
第28章

晾毛巾

你们知道吗？晾衣服也有数学知识在里面。大人经常会把衣服挂在外面晒太阳，为了防止衣服被大风刮到地上，会用衣服夹子夹住衣服。通常一件衣服要用两个夹子。有时候夹子不够怎么办呢？学习过重叠问题，这就不是难题了。

我们假设有8块洗好的毛巾要夹在绳子上晾干，同一个夹子夹住相邻的两块毛巾的两边，这样一共需要多少个夹子？





我们一起来分析下，由图知道两块毛巾有一边重叠，重叠的那部分两块毛巾可以共用一个夹子，两边再各用一个夹子，所以一共用3个夹子就够了。三块毛巾有两个部分可以重叠，重叠部分用2个夹子，两边再各用一个夹子，所以一共用4个夹子就够了。你们发现了吗？夹子数总比毛巾数多1，因此8块毛巾用9个夹子就够了。

这个很类似于植树问题，但是却和植树问题有区别。因为这里选择的物品都是可以重合的，而不是有空隙的。如下面这个情况就明显地把重叠问题和植树问题区别开来了。

例如，有两块一样长的木板，钉在一起，如果每块木板长25厘米，中间钉在一起的长5厘米，现在长木板有多长？

把两块木板钉起来，钉在一起的地方的长度就是重叠的部分。现在的总

长就是原来两个总长的和减去重叠的部分。算式：25+25−5=45（厘米），所以现在木板长45厘米。

假如有四根长都是8厘米的绳子，把它们打结连在一起，成为一根长绳，打结处每根绳用去1厘米，绳结长度不计，你们知道现在这根长绳长多少厘米吗？大家一起来分析这个情况：两根绳有一个结，三根绳有两个结，那么四根绳有三个结。一个结用去1+1=2（厘米），那么三个结用去2+2+2=6（厘米），绳子总长8+8+8+8=32（厘米），减去打结的6厘米，32−6=26（厘米），现在这根长绳是26厘米。

关于重叠问题，还有一个经典的情况：我们拿小朋友排队为例来说明。假如幼儿园小朋友要排队参观博物馆，从前面数，小波是第3个，从后面数，小波是第5个，这一排共有几个小朋友？“从前面数，小波是第3个”说明小波和他前面同学一共是3人，这个“3”里面包括小波，也包括他前面的同学；“从后面数，小波是第5个”，说明小波和他后面同学一共是5人，这个“5”里面包括小波，也包括他后面的同学。如果“5+3”的话，小波就算了两次，所以还要从“5+3”里面去掉小波多算的那一次，即5+3−1=7（个）。

这个情况与上面重叠的情况不同之处在于：这次是因为计算重叠，需要减掉1。之前，是重叠的地方需要被利用起来。

总之，根据不同的需要我们可以充分地发挥重叠问题的价值。而且你们要记住学以致用哦，以后有机会帮助妈妈晾衣服的话就把衣服重叠一部分，再夹上夹子，那样会节省很多夹子。你们的妈妈一定会为你们的学以致用而感到高兴的。

第29章

简单的逻辑推理

有时候，我们在生活中经常会遇到这样的情况：一件事情，有人说好，有人说不好。一个问题的解答，有人说对，有人说错。那么，迷茫的你想不想找到一个方法来判断孰是孰非呢？

“有什么好方法？”有小朋友迫不及待地追问了。答案是：假设法，一种所有小朋友都必须掌握的数学逻辑推理方法。假设法也是一种常用的数学

解题方法，假设法就是根据题目中的已知条件或结论作某种假设，然后按已知条件进行推算，根据数量或词语上出现的矛盾作适当调整，从而找到最准确的答案。

我国有“三山五岳”之说，其中五岳是指：东岳泰山、南岳衡山、西岳华山、北岳恒山和中岳嵩山，现在有这五座山岳的图片，并在图片上标出数字，我们让五位同学来辨别，每人说出两个，他们的回答如下：

甲：2是泰山，3是华山，

乙：4是衡山，2是嵩山，

丙：1是衡山，5是恒山，

丁：4是恒山，3是嵩山，

戊：2是华山，5是泰山。

可是，五个学生都只是说对了一半，那么你们推算一下正确的说法应该是什么呢？你们可以这样运用假设法：假设甲的前半句正确，后半句错误，则2是泰山，3不是华山；因为每人都说对了半句，错了半句，因此可以推出戊说的前半句错误，后半句正确，即2不是华山，5是泰山。这就与甲说的“2是泰山”产生矛盾，所以假设错误。因此我们可以知道，甲说的前半句错误，后半句正确，即3是华山；由戊的说法可知，2不是华山，5是泰山；由丙说的可知，5不是恒山，1是衡山；由乙所说的可知，4不是衡山，2是嵩山；由丁所说的可知，3不是嵩山，4是恒山，所以正确的说法是：1是衡山，2是嵩山，3是华山，4是恒山，5是泰山。

用同样的假设方法，你们再来试试解决这个问题：从前有三个小孩，一个讲真话，一个讲假话，另一个有时讲真话，有时讲假话。一天，一个智者遇到这三个小孩，他问第一位小孩：“你后面是哪位小孩？”小孩回答：

“讲真话的。”他又问第二个小孩：“你是哪一位？”得到的回答是：“有时讲真话，有时讲假话的。”他问第三位小孩：“你前面的是哪位小孩？”第三位小孩回答说：“讲假话的。”根据他们的回答，智者马上分清了他们各是哪一位小孩，请你说出智者的答案。

假设第一位小孩回答的是真话，即第二位小孩是“讲真话的”小孩，但第二位小孩却说自己是“有时讲真话，有时讲假话”，这就引出了矛盾。所以第一位小孩回答的不是真话，即第二位小孩不是讲真话的小孩，当然他自己也不会是“讲真话的小孩”，故只能是第三位小孩是讲真话的小孩。所以第三位小孩回答的是真话，即第二位小孩是“讲假话的”，由此可知，第一位小孩是有时讲真话，有时讲假话的。

逻辑问题一般给的已知条件都比较多，而且都有一定的隐蔽性和迷惑

性，又没有一定的解题模式，但只要认真研究，细心地推理，就能解答出这些怪题。下面介绍解答这类题目的方法。

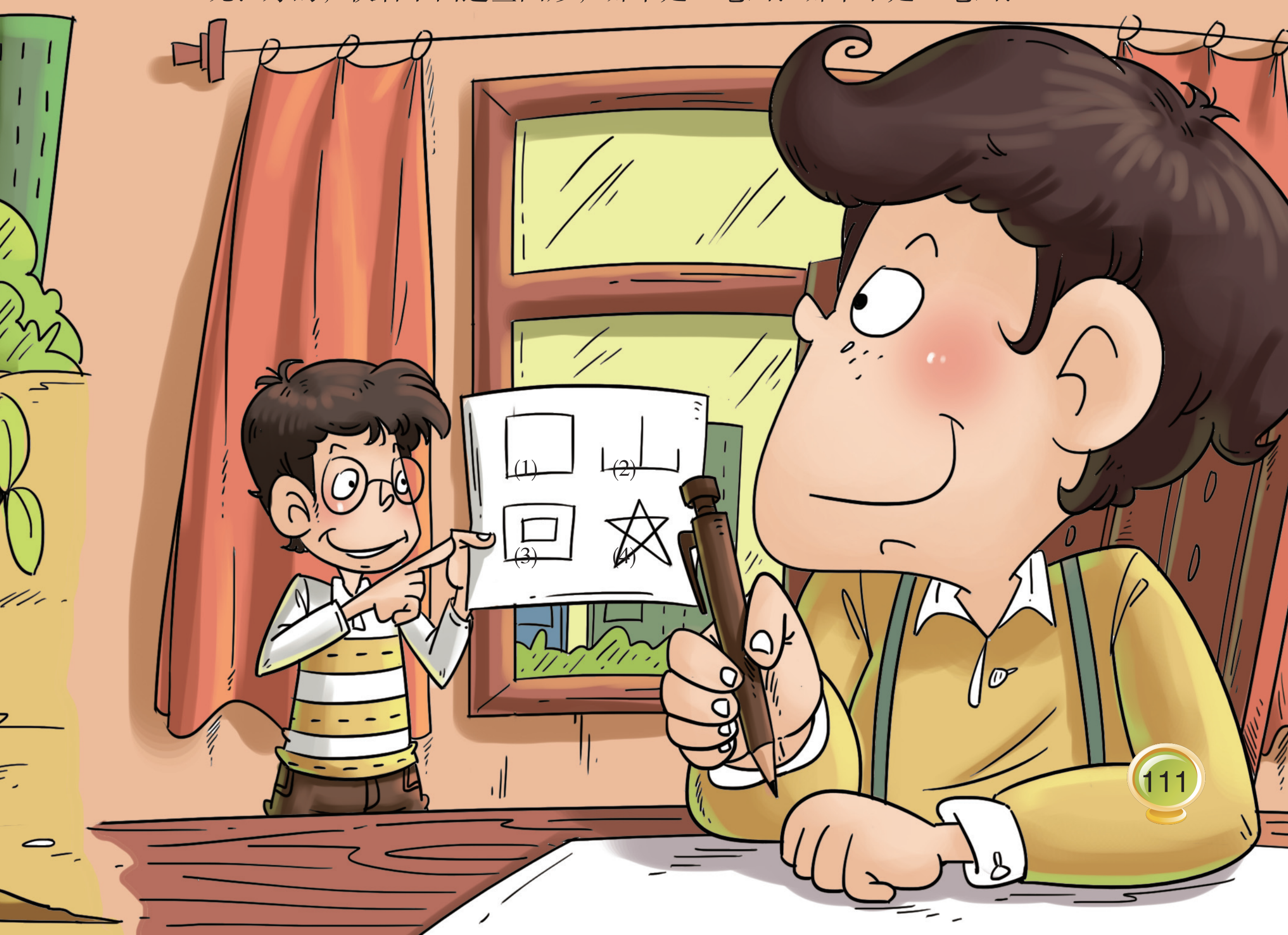
推理可先从某一个条件开始，假设这个条件是正确的，然后“顺藤摸瓜”找答案，结合其他条件，依次得出所需的判断。如果在推理过程中始终都没有发现自相矛盾的现象，那么说明你一开始做的假设就是正确的，如果中间出现了自相矛盾的现象，那么你开始做的那种假设就是错误的或者是不能成立的，而与假设相反的判断便是正确的。

第30章

一笔画

你们都玩过“一笔画”游戏吧？就是用笔在纸上连续不断又不重复，一笔画成一种图形，这种图形就叫“一笔画”。那么，是不是所有的图形都能一笔画成呢？当然不是所有的图形都能一笔画成了，“一笔画”有其特有的规律。

小朋友们，知道了一笔画有其成画规律，你们是不是想马上找出其规律呢？好的，快看下面这些图形，哪个是一笔画？哪个不是一笔画？

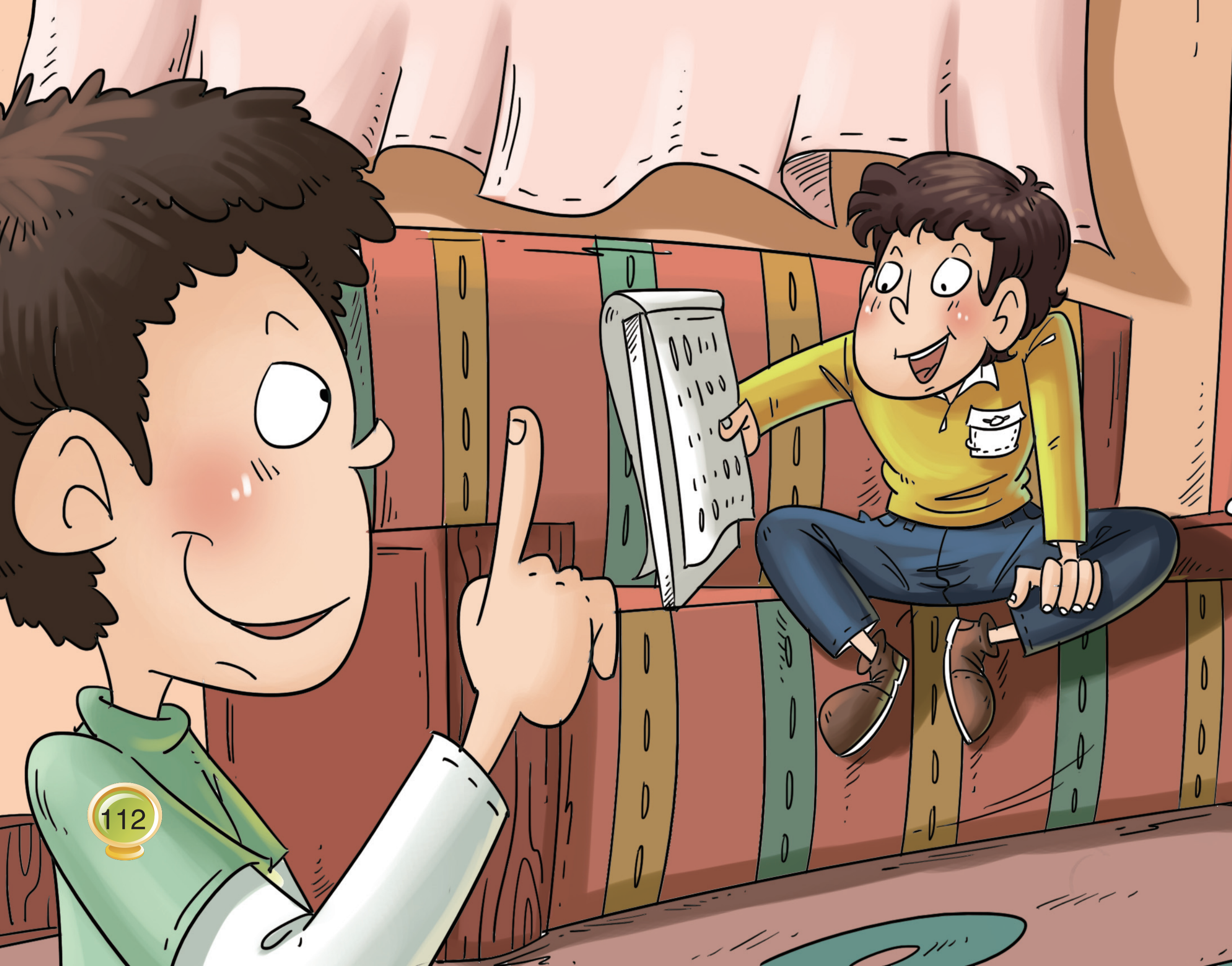


你们看图（1），很显然一笔可以画出，而且可以从图中任意一点开始画该图，画到同一点结束。你们经过尝试后，可以发现图（2）是无论如何也不能一笔画出的。图（3）不是连通的，显然也不能一笔画出。图（4）也可以一笔画出，且从任何一点出发都可以。通过观察，我们可以发现一个几何图形中和一点相连通的线的条数不同。

由一点发出有偶数条线，那么这个点叫做偶数点。相应的，由一点出发有奇数条数，则这个点叫做奇数点。

再看图（1）、（4），其中每一个点都是偶数点，所以都可以一笔画成，且可以从任意一点画起。而图（2）有4个奇数点，2个偶数点，故不能一笔画成。

你们发现了吗？一个图形能否一笔画和这个图形奇数点，偶数点的个数

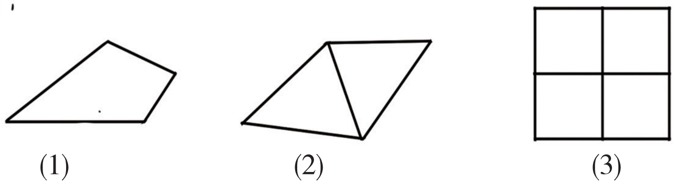


有联系，到底存在什么样的关系呢，我们再看几个图形。

图（1）从任意一点出发都可以一笔画成，因为它的每一个点都是与两条线相连的偶数点。而图（2），经过反复尝试，也可找到画法，并且图中有两个奇数点，两个偶数点。要想一笔画下来，就必须从奇数点出发，回到奇数点。再看看图（3），它可无法一笔画成，数一数可以观察到图中共有4个奇数点，5个偶数点。

这样我们就可以确定了，能否一笔画和奇数点、偶数点的数目有着密切的关系。假如图形只有偶数点，那么可以以任意一点为起点，一笔画出。假如图形只有两个奇数点，也可以一笔画出来，但必须从奇数点出发，由另一奇数点结束。如果图形的奇点个数超过两个，那么这个图形就不能一笔画出来了。

总之，能否一笔画成，关键在于判别图形有几个奇数点、几个偶数点。只有拥有偶数点的图形才可以一笔画成，并且还可以从任意一点开始画起。此外，有两个奇数点的图形，也可以一笔画成，但是和偶数点图形不同的是，它必须以这两个奇数点分别作为起点和终点。对于那些奇数点超过两个的图形，则不能一笔画成。假如遇到一些比较复杂的图形，可以先转化为简单的几何图形，然后再根据奇数点和偶数点的方法判定是否能一笔画成。



(1) (2) (3)

第31章

整理物品

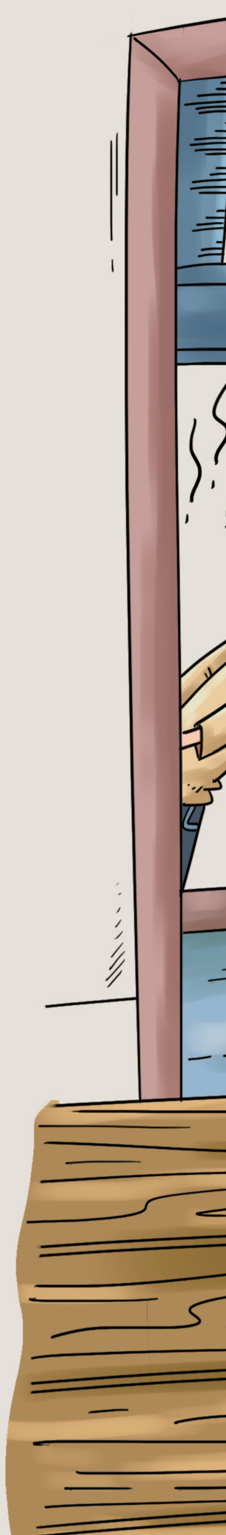
小朋友们有时候会找不到自己的衣物，大声问妈妈。妈妈也不是记得特别清楚的时候就会说：“你在那三个抽屉中找找。”如果妈妈将5双袜子放到3个抽屉中去，那么不管怎么放，至少有一个抽屉中放的袜子不少于2双。

道理很简单，如果每双抽屉中放的袜子都少于2双，即放1双或不放，那么3个抽屉中放的袜子的总数将少于或等于3，这与有5双袜子的已知条件相矛盾，因此至少有一个抽屉中放的袜子不少于2双。

别小看这个简单的生活现象，这所体现的数学原理就是“抽屉原理”：将多于n件的物品任意放到n个抽屉中，那么至少有一个抽屉中的物品不少于2件。

现在我们来仔细说明这个原理，假设在这n个抽屉里，每一个抽屉内的物品都不到2件，那么每一个抽屉中的物品要么有一件，要么就没有。这样的话，n个抽屉中所放物品的总数怎么算都不会超过n件，这与有多于n件物品的假设相矛盾，所以前面的假定“这n个抽屉中，每一个抽屉内的物品都不到2件”不能成立，从而抽屉原理成立。

用最不利原则也可以说明这个简单的抽屉原理。为了使抽屉中的物品不少于2件，最不利的情况就是n个抽屉中每个都放入1件物



品，共放入n件物品，此时再放入1件物品，无论放入哪个抽屉，都至少有1个抽屉内不少于2件物品。这就说明了抽屉原理。

我们来运用抽屉原理判断这样一个生活实例：某学校有367名1996年出生的学生，是否有生日相同的学生？由于1996年是闰年，这年应有366天。把366天看作366个抽屉，将367名学生看作367个物品。这样，把367个物品放进366个抽屉里，至少有一个抽屉里不止放一个物品。因此至少有2名学生的生日相同。

再比如我们在任意的五个自然数中，能否判断是否其中必有三个数的和是3的倍数？由于任何整数除以3的余数都只能是0，1，2。现在，对于任意的五个自然数，根据抽屉原理，至少有一个抽屉里有两个或两个以上的数，于是可分两种情形来加以分析。

第一种情形。有三个数在同一个抽屉里，即这三个数除以3后具有相同的余数。因为这三个数的余数之和是其中一个余数的3倍，故能被3整除，所以这三个数之和能被3整除。

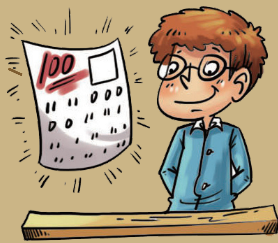
第二种情形。至多有两个数在同一个抽屉里，那么每个抽屉里都有数，在每个抽屉里各取一个数，这三个数被3除的余数分别为0，1，2。因此这三个数之和能被3整除。

综上所述，在任意的五个自然数中，其中必有三个数的和是3的倍数。

运用抽屉原理我们可以轻松解决很多生活中常见的问题，比如，学校举行毕业典礼，要沿操场的400米跑道插20面彩旗。能否找到一种插法，使得任何两面彩旗之间的距离都大于20米呢？那你们就运用抽屉原理试一试吧。

第32章

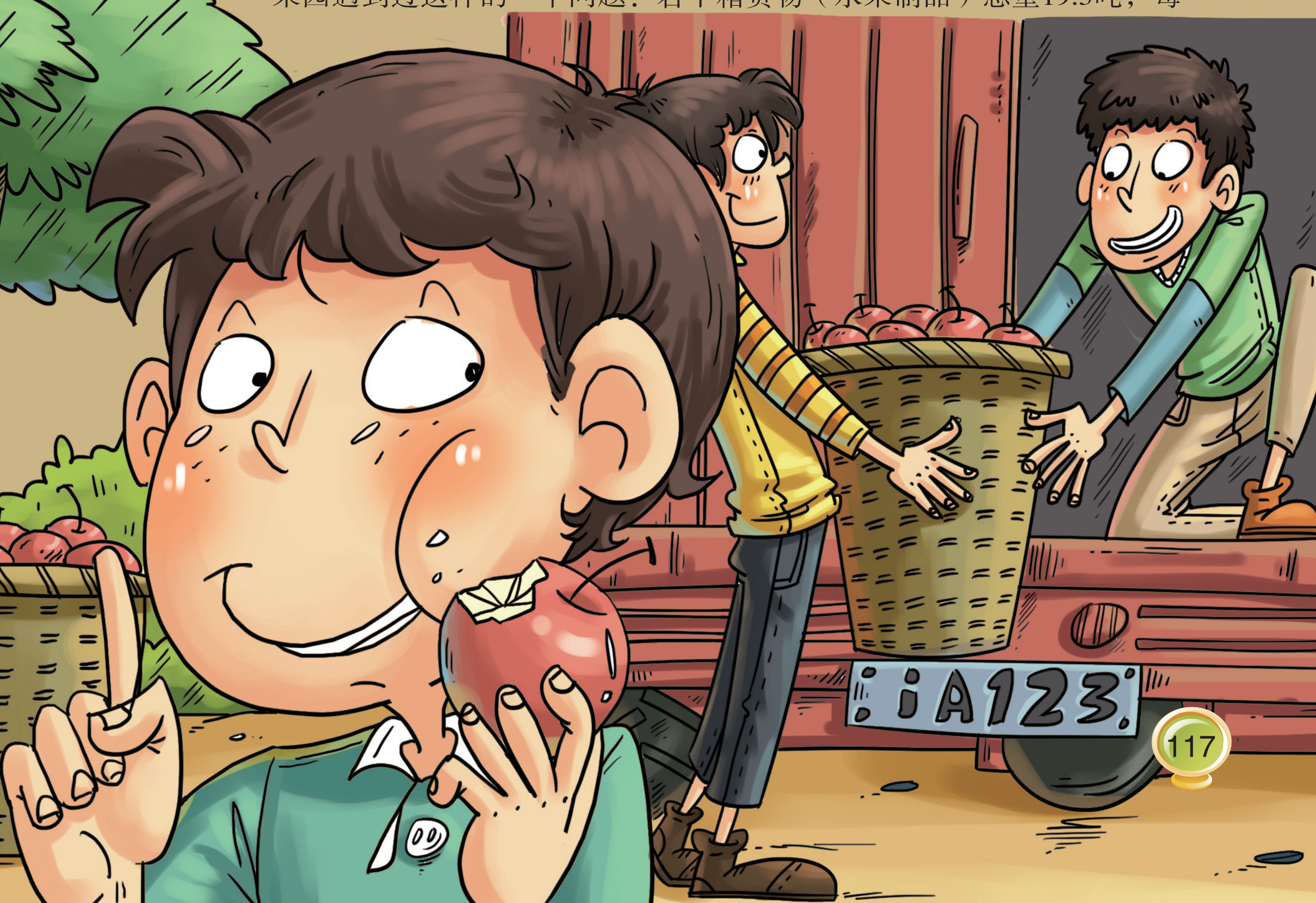
运货物



秋天是收货的季节，家里有果园的小朋友一定多少从父母那里了解过用大卡车拉货物的事情。比如，用几辆车能赶在水果成熟时，尽快把水果从果园运出去之类的问题。

除此之外，在日常生活和生产中的各个方面，我们都会遇到求最大值或最小值的问题，解答这类问题，常常需要从最不利的情况出发分析问题，才能保证事情圆满解决，其实这就是数学里的最不利原则。

果园遇到过这样的一个问题：若干箱货物（水果制品）总重19.5吨，每



箱重量不超过353千克，今有载重量为1.5吨的汽车，至少需要多少辆，才能确保这批货物一次全部运走？我们来利用最不利原理分析一下：因为汽车的载重量是1.5吨，如果每箱的重量是300千克，那么每辆汽车都是满载，即运了1.5吨货物。这是最有利的情况，此时需要汽车19.5÷1.5=13（辆）。

如果装箱的情况不能使汽车满载，那么13辆汽车就不能把这批货物一次运走。为了确保能把这批货物一次运走，需要从最不利的装箱情况来考虑。最不利的情况就是使每辆车运得尽量少，即空载最多。因为353×4<1500，所以每辆车至少装4箱。每箱300千克，每车能装5箱。如果每箱比300千克略多一点，如301千克，那么每车就只能装4箱了。此时，每车载重301×4=1204（千克），空载1500-1204=296（千克）。注意，这就是前面所说的

“最不利的情况”。19500 ÷ 1204＝16……236，也就是说，19.5吨货物按最不利的情况，装16车后余236千克，因为每辆车空载296千克，所以余下的236千克可以装在任意一辆车中。综上所述，16辆车可确保将这批货物一次运走。

你们再来用最不利原则试试解决口袋摸球的游戏：口袋里有同样大小和同样质地的红、黄、蓝三种颜色的小球各20个。问：一次最少摸出几个球，才能保证至少有4个小球颜色相同？

如果碰巧一次取出的4个小球的颜色都相同，就回答是“4”，那么显然不对，因为摸出的4个小球的颜色也可能不相同。回答是“4”是从最“有利”的情况考虑的，但为了“保证至少有4个小球颜色相同”，就要从最“不利”的情况考虑。如果最不利的情况都满足题目要求，那么其他情况必然也能满足题目要求。

“最不利”的情况是什么呢？那就是我们摸出3个红球、3个黄球和3个蓝球，此时三种颜色的球都是3个，无4个球同色。这样摸出的9个球是“最不利”的情形。这时再摸出一个球，无论是红、黄还是蓝色，都能保证有4个小球颜色相同。所以回答应是最少摸出10个球。

最不利原则就是从“极端糟糕”的情况考虑问题。如果问题是“最少摸出几个球就可能有4个球颜色相同”，那么我们就可以根据最有利的情况回答“4个”。现在的问题是“要保证有4个小球的颜色相同”，这“保证”二字就要求我们必须从最不利的情况分析问题。

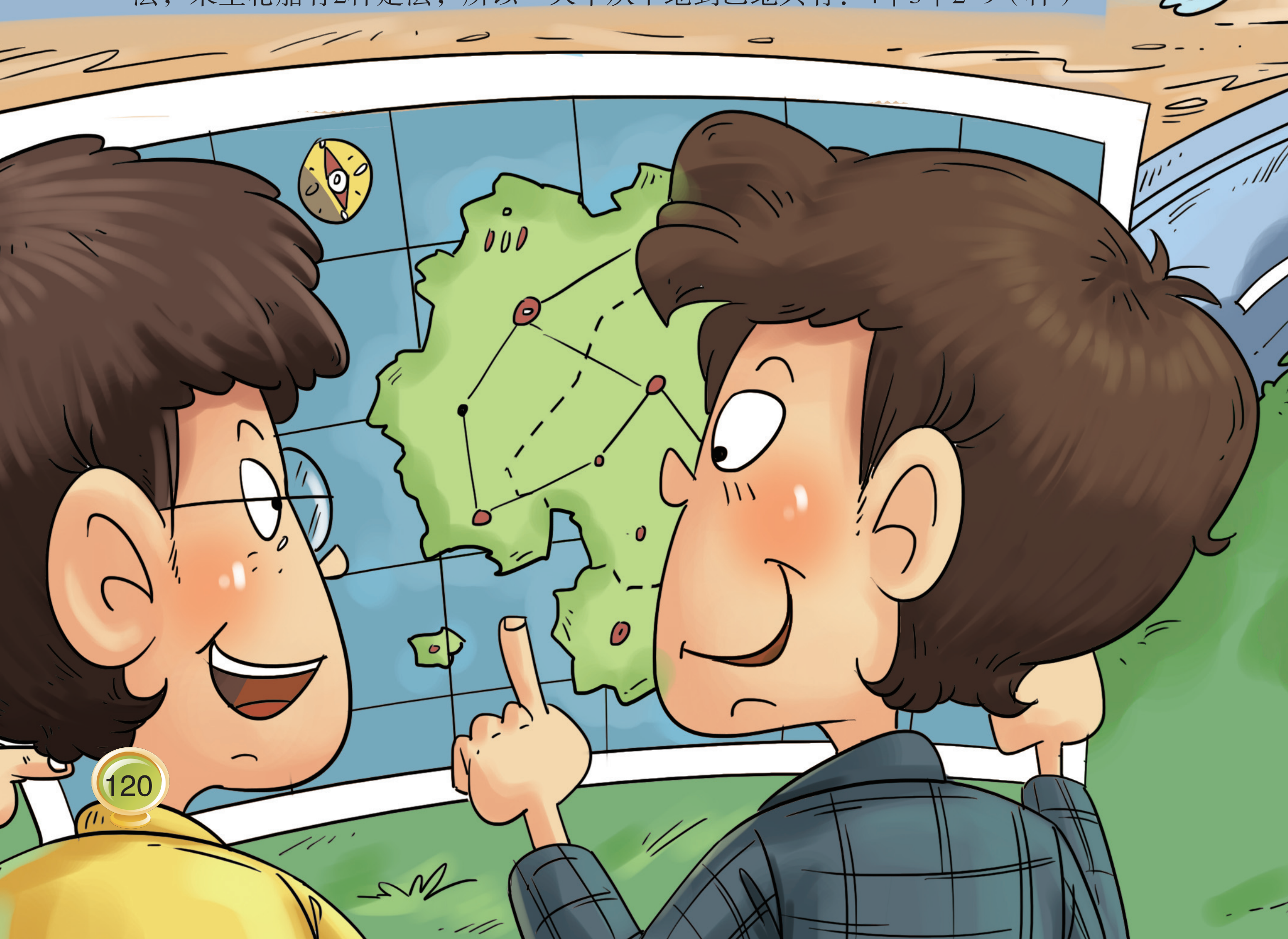
可以这样理解，最不利原则，实际上是对事情发生的不好情况进行预测。这样做才能保证事情顺利进行，这恰恰是我们生产生活中经常用到的解决问题的办法。

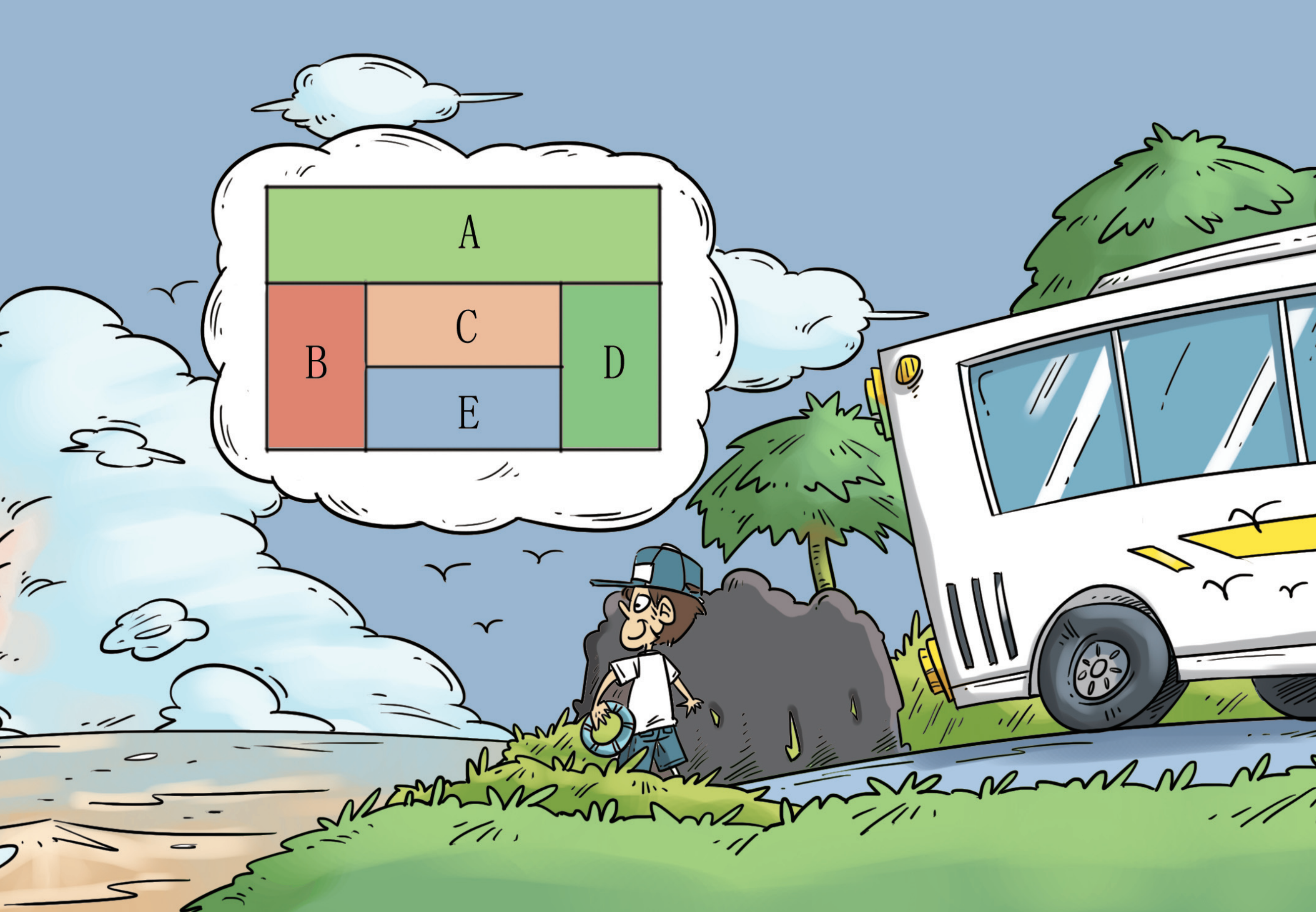
第33章

旅游路线

出门旅游，一定要事前做足功课，规划好路线。假如从家到旅游的地方，可以乘火车，也可以乘汽车，还可以乘轮船。一天中火车有4班，汽车有3班，轮船有2班。问：一天中乘坐这些交通工具从家到目的地，共有多少种不同的走法？

足足有9种办法！因为一天中乘坐火车有4种走法，乘坐汽车有3种走法，乘坐轮船有2种走法，所以一天中从甲地到乙地共有：4＋3＋2=9（种）





不同走法。其实这就是利用加法原理算出来的。什么是加法原理？如果完成一件任务有n类方法，在第一类方法中有m_1种不同方法，在第二类方法中有m_2种不同方法……在第n类方法中有m_n种不同方法，那么完成这件任务共有$N=m_1+m_2+\cdots+m_n$种不同的方法。

两次掷一枚骰子，两次出现的数字之和为偶数的情况有多少种？两次的数字之和是偶数的可以分为两类，即两数都是奇数，或者两数都是偶数。因为骰子上有三个奇数，所以两数都是奇数的情况有$3\times3=9$（种）；同理，两数都是偶数的也有9种情况。根据加法原理，两次出现的数字之和为偶数的情况有$9+9=18$（种）。

用加法原理最常用的是解决涂色问题。如图，要用五种颜色给上图的五个区域染色，每个区域染一种颜色，相邻的区域染不同的颜色。你们知道共有多少种不同的染色方法吗？

由于没有一个区域与其他所有区域都相邻，如果从区域A开始讨论，那么就要分区域A与区域E的颜色相同与不同两种情况。当区域A与区域E颜色相同时：A有5种颜色可选；B有4种颜色可选；C有3种颜色可选；D也有3种颜色可选。根据乘法原理，此时不同的染色方法有 $5\times4\times3\times3=180$（种）。当区域A与区域E颜色不同时，A有5种颜色可选；E有4种颜色可选；B有3种颜色可选；C有2种颜色可选；D有2种颜色可选。根据乘法原理，此时不同的染色方法有$5\times4\times3\times2\times2=240$（种）。再根据加法原理，不同的染色方法共有$180+240=420$（种）。

乘法原理和加法原理是两个重要而常用的计数法则，在应用时一定要注意它们的区别。乘法原理是把一件事分几步完成，这几步缺一不可，所以完成任务的不同方法数等于各步方法数的乘积；通俗地说加法原理就是把完成一件事的方法分成几类，每一类中的任何一种方法都能完成任务，所以完成任务的不同方法数等于各类方法数之和。